ISMAELIS
BVLLIALDI
EXERCITATIONES
GEOMETRICÆ TRES.

I. Circa demonſtrationes per inſcriptas & circumſcriptas figuras.

II. Circa conicarum ſectionum quaſdam propoſitiones.

III. De Poriſmatibus.

ASTRONOMIÆ PHILOLAICÆ FVNDAMENTA clariùs explicata, & aſſerta

Aduersùs Clariſſ. Viri SETHI WARDI *Oxonienſis Profeſſoris impugnationem.*

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

PARISIIS,
Apud SEBASTIANVM CRAMOISY Regis ac Reginæ Architypographum :
Et GABRIELEM CRAMOISY, viâ Iacobæâ, ſub Ciconiis.

M. DC. LVII.

CVM PRIVILEGIO REGIS.

Digitized by Google

Digitized by Google

SERENISSIMO
AC CELSISSIMO PRINCIPI
GASTONI
FRANCIÆ,
CHRISTIANISSIMI REGIS PATRVO,
DVCI AVRELIÆ, &c.

ISMAEL BVLLIALDVS S.P.D.

SERENISSIME AC CELSISSIME PRINCEPS,

Orbis noſtri Gallici miraculum, qui per longam & ab antiquiſſimis temporibus deductam generis tui Regij ſeriem, inter plurimos Principes exortus, cœlum vnus adſpicis; & originis Tuæ ſedes mente ac intellectu ad ſublimia euectus repetis, ipſe ego veſtigia tua legens ad res

Digitized by Google

cœleſtes contemplandas ab ipſa natura quaſi manu ductus, ad Celſitudinem Tuam Regiam quoque accedo. In illis Vraniæ atriis, è quorum laquearibus ignes æterni dependent, in ſanctis adytis, conſecratiſque ſeceſſibus illis, quos penetrare prophanis haud conceſſum, ad Celſitudinem Regiam Tuam facilem aditum, & mollia fandi tempora ſum inuenturus. Officiis enim, quæ Natalium tuorum ſtatus & ſplendor, à Celſitudine Regia Tua exigunt, vbi functus es, naturæ tuæ indolem ætherei ſpiritus illuc propellunt, vnde in te delapſi fluxere. Et vt à curis grauioribus, quibus te ſors naſcendi implicuit, animum recrees, Aſtronomiæ ſcientiarum omnium nobiliſſimæ, quæque Principes maximè decet, arcana inquiris, maxima cum animi voluptate de illis diſſerentes audis; Aſtronomicum ſtudium iam promoues, & qui ſe illi applicant, eis faues, Téque hortante ac præſente cœlum apud te colitur & obſeruatur. Duas poſtremas coram Celſitudine Tua Regia eiúſque iuſſu diligenter obſeruatas Solis Eclipſes, huiuſce tui erga Aſtronomiam affectus teſtes luculentos habemus. Perge feli-

Digitized by Google

citer, SERENISSIME PRINCEPS, *& nomen tuum immortalitati etiam conſecra, qui animum immortalem à Deo accepiſti. Nulli characteres durabiliores, nulli clariores, quàm illa cœleſtia lumina; cœlorum firmitudini ac conſtanti durationi marmora cedunt; Nomen itaque tuum orbibus cœleſtibus, Aſtronomiæ ſtudium fouendo, inſcribe. Temporis organa ſunt perpetua, quæ nuſquam vſu, nuſquam rubigine teruntur, interea dum quæcumque nata ſunt, ad interitum deducunt, & obliuione conterunt. In Heroïcis virtutibus tuis, & in Aſtronomiam amore tuo fiduciam tantam habeo, vt nouas aliquot demonſtrationes Geometricas Exercitationibus tribus comprehenſas Celſitudini Tuæ* Regi*æ afferre audeam. Nouam præterea, nec ſine aliquo ingenio fabricatam cœleſtem machinam adduco, Ellipſim in cono ſic ſectam, vt abſque ipſa, appoſitiſque per me axibus & rotis motuum cœleſtium veritas calculo repræſentari nequeat. Compagem illius hiatu paruulo laxatam, totam luxare ac demoliri quidam aggreſſi ſunt, verùm labanti opportunè ſubueni; támque aptè compactam illam, eiúſ-*

que commiſſuras tam egregiè agglutinatas præſtiti, vt veritate firmiter ſubnixa, nullis cauillationibus quaſſari aut euerti poſſit. Me quoque à malignorum inuidia tutum & ſecurum putabo, ſi Celſitudo Tua Regia inter clientes ſuos admittere velit; ac tanto honore auctum tueri. Hoc vt facias, SERENISSIME PRINCEPS, *Muſæ te prenſant, Vrania ambit, & deuotiſſimum ac addictiſſimum, Tuámque Celſitudinem Regiam ſummo cultu venerantem me Tibi adducunt. Vale.*

Scribebam Lutetiæ Pariſiorum die 18. Octobris 1656.

Digitized by Google

EXERCITATIO I.

CIRCA DEMONSTRATIONES per inſcriptas & circumſcriptas figuras.

AD LECTOREM.

ANNO *1654. liber à R. P. Andrea Tacquet Soc. Ieſu editus ex Belgio Lutetiam allatus eſt.* Elementa Geometriæ planæ ac ſolidæ *illi titulus eſt, quem vbi euolui, hunc virum ingenioſiſſimum, in eandem ferè methodum ad demonſtrationes quaſdam per inſcriptas & circumſcriptas figuras faciliùs perficiendas, ac ante annos nouem ego deueneram, incidiſſe comperi. Vtriuſque noſtri* εὑρήματα*, quandam equidem inter ſe ſimilitudinem ſeruant; neutrum tamen ab altero originem duxiſſe, vt verum eſſe hîc aſſero; ſic omnibus rectè iudicantibus manifeſtum fore ſpero. Mea, cùm hactenus apud me latuerint, ſolertiſſimo Tacqueto ignota fuiſſe, viámque ei non præmonſtraſſe, certiſſimum eſt. Sed & mihi lectus illius viri liber, nullam mutandi quicquam in meis occaſionem præbuit. Benignum & æquum Lectorem hac de re monitum propterea volo; ne aut rem ab alio actam agere, aut aliena, interpolata ſolùm, pro nouis meíſque venditare videar. Quod tanquam turpiſſimum, viróque ingenuo & cordato indignum facinus, admittere ſemper vitaui: & pauciora, dummodo mea ſint, & publico profutura*

Digitized by Google

ad Q quàm æqualitatis. aucta verò CI in infinitum minorem rationem teneat ad eandem Q quàm æqualitatis. Dico, quòd magnitudo B, ad quam cõparantur duæ magnitudines & ad cuius æqualitatẽ magis ac magis accedunt, æqualem eſſe magnitudini Q.

Æquales factæ ſint inter ſe imminuta AE, & aucta CI, & ſint tunc AH, CM, æquales ſint etiam factæ magnitudini B, ſi tunc non teneant ad Q rationem æqualitatis, vel maiores vel minores ipſa B magnitudine factæ tenebunt. Maiores factæ rationem æqualitatis primùm teneant ſi fieri poteſt. tunc maior AE quàm B rationem æqualitatis ad Q tenebit; quod eſt contra hypotheſim. tunc enim poſita eſt AE maiorem habere rationem ad Q quàm æqualitatis. maior quoque facta eſſet CI quàm B, & ad Q maiorem teneret rationem quàm æqualitatis, quod vtrumque etiam eſt contra hypotheſim. Non erunt ergo ſingulæ AE, CI maiores magnitudine B, quando rationem æqualitatis tenebunt ad magnitudinem Q.

Sed ſi fieri poteſt, teneant rationem æqualitatis ad Q, minores factæ quàm B. tunc CI minor quàm B, ad Q tenebit rationem æqualitatis, quod eſt contra hypotheſim; nam minorem rationem tunc habere ad Q; poſita eſt CI. & AE minor facta eſſet quàm B, & ad Q minorem teneret rationem quàm æqualitatis. quod vtrumque eſt etiam contra hypotheſim. Non erunt ergo AE, CI minores magnitudine B. quando rationem æqualitatis tenebunt ad Q. Ergo magnitudines AE, CI ad magnitudinem Q rationem æqualitatis tenebunt, quando æquales erunt magnitudini B. ergo B ad Q rationem tenet æqualitatis. & ideo B, & Q æquales erunt. Quod erat demonſtrandum.

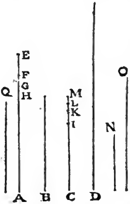
PROPOSITIO II.

SI duæ ſint vt in antecedenti magnitudines AE, CI ad aliam B comparatæ. & maior AE in infinitum imminuta maior ſit quàm B. & minor CI in infinitum aucta minor ſit quàm B. ipſa verò AE ſic imminuta ſemper ſit in ratione maiori ad D, quàm N ad O. ſimúlque CI in infinitum aucta ſit in ratione minori ad D, quàm N ad O. Dico magnitudinem B tenere rationem ad D eandem, ac tenet N ad O.

DEMONSTRATIO.

ÆQVALES factæ AE, CI inter ſe & datæ B ſint AH, CM. ſi tunc non teneat vtraque ad D eandem rationem,

ac N ad O. vel maiores vel minores ipſa B factæ tenebunt. teneant ſi fieri poteſt, quando maiores erunt. tunc maior AH quàm B eandem rationem tenebit ad D, ac N ad O. quod eſt contra hypotheſim, eo quòd maiorem tunc tenere AH poſita ſit. facta etiam maior CI quàm B, maiorem teneret ad D rationem, quàm N ad O. quæ minorem ſemper habere poſita eſt. vtrumque igitur eſt contra hypotheſim. Maiores itaque quàm B, poſitæ AH, CM eandem ad D rationem non tenent ſingulæ, quam N ad O.



Sed ſi fieri poteſt minores factæ AC, CI quàm B eandem rationem teneant ad D, quam N ad O. tunc maior AH minor facta quàm B, eandem rationem tenebit ad D, quam N ad O, quod eſt contra hypotheſim. nam & maiorem ſemper habere poſita eſt; & minor facta quàm B minorem haberet rationem ad D, quàm N ad O. CI verò minor quàm B, eandem rationem teneret ad D, quam N ad O. quod eſt etiam contra hypotheſim, nam minorem ad D rationem tenere tunc poſita eſt. Minores itaque quàm B, factæ AE, CI, eandem rationem non habent ad D, quam N ad O. ergo AE imminuta & CI aucta eandem rationem ad D tenebunt, ac N ad O, quando æquales B fuerint factæ. quare B ad D, eandem rationem tenet, ac N ad O. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO III.

SI duæ fuerint magnitudines ad aliam comparatæ, quarum vna maior imminuatur ſubtractione partium exceſſus in ratione ſubmultipla continua. altera minor augeatur additione partium defectus in eadem ſubmultipla ratione continua, & ad ipſius æqualitatem magis ac magis in infinitum accedant. ſi poſſibile eſſet eas magnitudini, ad quam comparantur, additione ac ſubtractione æquales fieri; ſimul, id eſt in eodem progreſſionis termino continuæ additionis ac ſubtractionis æquales fierent.

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

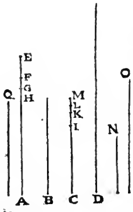
SInt AE, CI comparatæ ad aliam B: quarum AE maior excedat magnitudinem B quantitate EH. imminuatur verò ſubtractione in infinitum partium exceſſus EH in ratione ſubmultipla, vt ſubdupla, continua, nempe partium EF, FG. altera verò CI minor quàm magnitudo B, quantitate IM augeatur additione in infinitum partium defectus IM, in eadem ratione ſubmultipla continua, nempe IK, KL. & ad æqualitatem B propiùs ac propiùs in infinitum accedant. Dico, quòd illæ magnitudines ſubtractione & additione eiuſmodi partium, ſimul, id eſt in eodem termino progreſſionis continuæ ſubtractionis & additionis partium, æqualitatem magnitudinis partium adſequentur, quando illam adſecuturæ ſunt. Videatur fig. pag. 10.

Cùm enim partes exceſſus EH in eadem ratione ſubmultipla acceptæ ſint, ac partes defectus IM. erit EF ad FG, vt IK ad KL, & ſic deinceps in infinitum, in eadémque ratione erit reſiduum GH ad reſiduum LM. ac EG ad IL. & in reſiduo GH tot ſunt progreſſionis termini, quot in reſiduo LM. in eadem ergo ratione diſtabunt puncta G, L, à punctis H M. In vno itaque & eodem progreſſionis termino, id eſt ſimul, æquabuntur magnitudini B, imminuta AE & aucta CI, quando æqualitatem adſecuturæ ſunt. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO IV.

SI duæ ſint, vt in antecedenti, magnitudines AE, CI ad B comparatæ, & ſit AE maior, CI verò minor. & ſit EH id quo AE excedit B. ſit verò IM id quo CI deficit à B. & in ratione ſubmultipla partium exceſſus EH imminuatur AE; ſimul verò augeatur CI in eadem ratione ſubmultipla partium defectus IM. & ad æqualitatem magnitudinis B in infinitum accedant. poſita magnitudo B, ad quam comparantur, rationem habebit datam ad aliam magnitudinem D, ad quam etiam primò poſitarum magnitudinum altera, quantumuis imminuta maiorem rationem data ratione tenet; altera quantumuis aucta, minorem ſemper rationem tenet. eſt autem ratio data N ad O.

DEMONSTRATIO.



ÆQVALES factæ ſint AE, CI inter ſe ſubtractione & additione, & factæ AH, CM, æquales etiam magnitudini B. ſi tunc non teneant ſingulæ ad D rationem eandem ac N ad O. vel maiores vel minores magnitudine B factæ tenebunt. ſed propoſit. 2. huius oſtenſum eſt, neque maiores neque minores factas, eſſe ad D in ratione N ad O. quare etiam in eadem ratione fore ad D quando æquales erunt ipſi D. demonſtrationis enim medium idem eſt; etſi in ſecunda propoſit. ſubtractio ac additio partium exceſſus ac defectus in eadem ratione ſubmultipla poſitæ non ſint. ſed in illa, vt in hac, in eodem progreſſionis termino, & ſimul æquari B, poſitæ ſunt AE, CI.

Sed directè etiam idem demonſtrari poteſt. Cùm ergo AE, CI ad æqualitatem magnitudinis B tendant, & AE quantumuis imminuta maior ſit quàm B. CI verò quantumuis aucta minor ſit quàm eadem B. ſimúlque AE maiorem rationem ſemper teneat ad D, quàm N ad O. altera verò magnitudo CI ſimul minorem rationem ſemper teneat. facta ſit CM maior quàm B; ipſa imminutæ AE æqualis in aliquo puncto fiet, túncque ad D maiorem tenebit rationem quàm N ad O. cùm AE per ſubtractionem imminuta & æqualis facta CI, quæ per additionem aucta eſt, maiorem rationem ad D ſemper teneat quàm N ad O maior exiſtens quàm B.

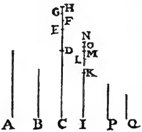
Facta ſit verò AE minor quàm B, ipſa auctæ CI æqualis in aliquo puncto fiet, túncque minorem ad D tenebit rationem quàm N ad O. cùm CI per additionem aucta, & æqualis facta AE, quæ per ſubtractionem imminuta eſt, minorem rationem teneat ad D, quàm N ad O, minor exiſtens quàm B. conuertitur ergo in puncto æqualitatis cum B, ratio maioris inæqualitatis AE ad D, ad rationem minoris inæqualitatis; & vice verſa ratio minoris inæqualitatis CI ad D conuertitur ad ra-

tionem maioris inæqualitatis in puncto æqualitatis cum B. ergo B ad D eſt in ratione N ad O. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO V.

SI fuerint duæ primò poſitæ magnitudines, quæ rationem inter ſe teneant eandem, quam habet magnitudo data ad datam magnitudinem; ipſæ verò infinitarum partium additione auctæ, eandémque interim rationem ſeruantes, ad duarum aliarum ſecundò poſitarum magnitudinum æqualitatem magis magíſque accedant, & ad eam ſimul, id eſt in eodem progreſſionis termino, perueniant, cùm eam adſequentur. Secundò poſitæ magnitudines, ad quarum æqualitatem magis ac magis in infinitum primò poſitæ magnitudines accedunt, rationem eandem inter ſe, ac magnitudo data ad datam tenebunt.

DEMONSTRATIO.



SINT primò poſitæ duæ magnitudines A, B, quæ rationem inter ſe habeant, vt P ad Q. ipſæque ſimul auctæ in proportione qualibet ſubmultipla continua, additis partibus incrementorum totalium DH, KN, veluti in ſubdupla DE, EF, FG in DH; itémque KL, LM, MO, in KN; eandem inter ſe rationem ſeruent. & ſint ſecundò poſitæ magnitudines CH, IN. ad quarum æqualitatem ſimul perueniant A, B, quando eam adſequentur. Dico quòd ſecundò poſitæ magnitudines CH, IN, ad quarum æqualitatem magis ac magis in infinitum auctæ accedunt primò poſitæ A, B, rationem inter ſe tenent eandem, ac magnitudines P, Q hoc eſt CH eſſe ad IN; vt P ad Q. Cùm enim magnitudines A, B, ſeu illis æquales CD, IK, auctæ eandem inter ſe rationem ſeruent; & ſimul, id eſt in eodem termino progreſſionis additarum partium, perueniant ad æqualitatem CH, IN; erit, vt CD, ad CE; ita IK, ad IL; & CF ad IM; & CG, ad IO; & inuertendo, vt CG ad CD; ita IO ad IK, & diuidendo, vt CD, ad DG; ita IK, ad KO; quoniam

verò C D, I K ſimul peruenient ad æqualitatem magnitudinum C H, I N; id eſt in eodem progreſſionis additarum partium termino; eadem vbique erit proportio diſtantiæ ab æqualitatis terminis H, N, cùm tot partes ſimiles in vna diſtantia ſint, ac in alia. quare erit G H, diſtantia C G ab æqualitate magnitudinis C H, ad D G; vt O N, diſtantia I O ab æqualitate I N, ad K N. ergo tota D H, ad totam K N in eadem erit ratione ac C D ad I K. quare & tota C H erit ad totam I N. vt C D ad I K. id eſt vt P ad Q. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VI.

SI ab aliqua magnitudine auferantur partes in infinitum in ratione ſubmultipla continua. quæ ablatæ in ſerie continua poſitæ, ad alias etiam in ſimili ſerie magnitudines (quæ ſimul additæ ad vnius magnitudinis æqualitatem magis ac magis accedant) eandem ſemper rationem (prima ſcilicet ad primam, ſecunda ad ſecundam) ſeruent; ſimúlque, & in eodem progreſſionis termino, prima magnitudo ſubtractione partium abſumatur, & ſecunda additione partium compleatur. magnitudo, à qua fit ſubtractio, in eadem erit ratione ad magnitudinem, quæ additione partium infinitarum perficitur; ac partes à prima magnitudine ablatæ & in ſerie continua acceptæ, erunt ad totidem partes additas inter ſe, & in ſimili ſerie continua acceptas, quibus ſecunda magnitudo componitur.

DEMONSTRATIO.

SIT data magnitudo A B, à qua partes in ratione ſubmultipla, vt ſubdupla in infinitum auferantur A C, C D, D E, E F, F G. in ſerie continua poſitæ; quæ rationem eandem teneant ad alias in ſerie quoque continua magnitudines, I K, K L, L M, M N, N O (quæ ſimul additæ ad æqualitatem magnitudinis I P magis ac magis accedant) ita vt A C prima ſit ad I K primam; vt C D ſecunda, ad K L ſecundam. ſimúlque & in eodem progreſſionis termino magnitudo A B partium ſubtractione abſumatur, ac ſecunda I P additione partium I K, K L compleatur. Dico, quòd magnitudo A B, à qua fit ſubtractio partium infinitarum, in eadem eſt ratione ad I P quæ additione partium eiuſdem rationis componitur; ac partes A C, C D,

Digitized by Google



D E ablatæ ab A & in ſerie continua acceptæ, ad partes totidem I K, K L, LM additas inter ſe, & in ſerie continua acceptas, quibus I P componitur.

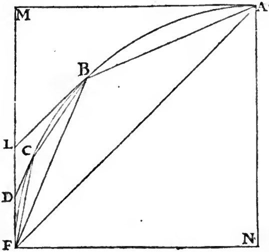
Quoniam igitur in ſerie continua & ratione ſubdupla ſunt AC, C D, D E, E F, F G, & in altera ſerie ſimili ſunt in eadem ratione ſubdupla I K, K L, LM, M N, N O; ita vt ſit, vt AC, ad I K; ita C D, ad K L, & ſic deinceps; erunt omnes in AG, ad omnes in I O; vt AC, ad I K. quia verò ſimul & in eodem termino progreſſionis abſumitur AB, ac perficitur IP. totidem accipientur in ratione ſubdupla partes continuata ſerie, ac in OP accipientur. & in eadem ratione erit reſiduum G B, ad reſiduum O P; ac AG ad IO. & permutando ac inuertendo AG erit ad GB; vt I O, ad O P. & componendo AB erit ad G B, vt I P ad O P. & permutando, AB erit ad I P, vt GB ad OP. ſed vt G B ad O P, ita AG ad I O. ab æquali AB erit ad I P; vt AG, in qua magnitudine partes ſunt quinque, ad I O in qua ſunt quinque ſimiles. Si ergo ab aliqua magnitudine, &c. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VII.

SI à tetragono initio facto polygona inſcribantur, & ſimilia circumſcribantur, atque ſequens laterum numero duplum ſit antecedentis; triangula ſub lateribus inſcripti polygoni, & angulis ſimilis circumſcripti, huiúſque duorum laterum ſemiſſibus comprehenſa, continent exceſſum, quo polygonum circumſcriptum excedit circulum, & defectum, quo inſcriptum deficit ab eodem circulo.

DEMONSTRATIO.

IN quadrante circuli, & polygoni cuiuſque ſectore vno propoſitionem demonſtrabimus. Sit quadrans circuli N A B F, latus tetragoni inſcripti AF. latus octogoni BF; heccædecagoni latus C F, quæ polygona duplo laterum numero aucta ſunt.



Sint verò tetragoni circumſcripti, ſemiſſes laterum AM, MF; Octogoni circumſcripti laterum ſemiſſes BL, LF; Heccædecagoni circumſcripti ſemiſſes laterum CD, DF; & latera AM, MF; BL, LF; CD, DF; tangant circulum in punctis, in quibus terminantur anguli inſcriptorum. erit ergo BLF trianguli baſis BF. & trianguli AMF baſis AF; continet autem triangulum AMF trilineum mixtum AMFB. exceſſum circumſcripti tetragoni ſupra circulum; & ABFK ſpatium, contentum arcu ABF & ipſi ſubtenſa AKF, defectum inſcripti tetragoni à circulo. Itémque BLF triangulum ſub latere octogoni inſcripti, & angulo circumſcripti L; eiúſque duorum laterum ſemiſſibus BL, LF continet exceſſum polygoni octogoni circumſcripti ſupra circulum nempe trilineum BLFC. & defectum à circulo octogoni inſcripti, comprehenſum nempe arcu BCF & ſubtenſa BF. & ſic deinceps. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Semper itaque ſuperabit circumſcriptum polygonum circulum, quamdiu ſimile inſcriptum deficiet ab eo. & ſi ad æqualitatem circuli attingere poſſent, ſimul in eodémque progreſſionis termino æquales fierent; id eſt in ſimilibus circumſcriptis & inſcriptis figuris, & à tetragono laterum numero æqualibus. Semper

Digitized by Google

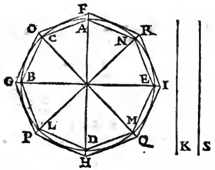
per etenim polygoni inſcripti latus baſis erit trianguli, quod angulum baſi oppoſitum habebit ſimilis circumſcripti polygoni, & duo crura ſemiſſes laterum prædicti circumſcripti; & continebit triangulum illud exceſſum ac defectum. & ſi in aliqua figura inſcripta triangulum illud continens exceſſum & defectum non erit, tunc circumſcripta cum inſcripta & circulo conueniet & æquales inter ſe erunt; dum enim minuitur circumſcripta figura polygona, terminum alium imminutionis non habet, quàm circuli magnitudinem; dúmque augetur inſcripta, alium incrementi terminum non habet quàm eundem circulum, ad cuius æqualitatem accedunt.

PROPOSITIO VIII.

Quæ eſt trigeſima prima libri 1. Archimedis de Sphæra & Cylindro.

CVIVSLIBET *ſphæra ſuperficies quadrupla eſt circuli maximi qui in ea accipi poteſt.*

DEMONSTRATIO.



ARCHIMEDES lib. 1. de Sphæra & Cylindro propoſit. 25. demonſtrauit figuræ ſolidæ ſphæræ inſcriptæ ſuperficiem, quæ conicis ſuperficiebus conſtat, minorem eſſe quadruplo maximi ſphæræ illius circuli. propoſitione verò 29. eiuſdem lib. oſtendit figuræ ſolidæ, quæ ſphæræ circumſcripta eſt, ſuperficiem maiorem eſſe quadruplo maximi circuli eorum quæ in ſphæra deſcribuntur. His poſitis, quod proponitur eſt demonſtrandum.

Sit ſphæra ABDE. Solidum ei inſcriptum, quod conicis ſuperficiebus conſtat, concipiatur ACBLDMEN genitum ex

Digitized by Google

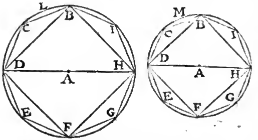
reuolutione octogoni ſuper diametro AD vt axe. concipiatur aliud ſimile ſolidum FOGPHQIR circumſcriptum ſphæræ & genitum ex reuolutione octogoni ſuper dimetiente FH. Sit præterea K magnitudo ſphæræ ſuperficiei æqualis, ad quam comparantur ſuperficies ſolidorum inſcripti & circumſcripti, quæ conicis ſuperficiebus conſtant. Sit S alia magnitudo æqualis quadruplo circuli maximi eorum qui in ſphæra data accipi poſſunt.

Sunt ergo duæ magnitudines nempe ſuperficies circumſcripti ſolidi & inſcripti comparatæ ad K ſuperficiem ſphæræ: quarum altera, nempe circumſcripti FGNI maior eſt ſphæræ ſuperficie: altera, nempe inſcripti ABDE, minor eſt. circumſcripti verò ſolidi ſuperficies, duplicato ſerie continua laterum polygoni numero minuitur, & ad æqualitatem ſuperficiei ſphæræ, hoc eſt magnitudinis K magis ac magis accedit. inſcripti autem ſolidi ſuperficies duplicato quoque laterum polygoni numero augetur, & ad æqualitatem ſuperficiei ſphæræ, hoc eſt magnitudinis K etiam accedit, & ſi æquales fieri poſſent, ſimul æquarentur, vt ex prop. anteced. corollario patet. Imminuta verò quantumlibet ſuperficies circumſcripti ſolidi maiorem ſemper tenet rationem quàm æqualitatis ad S quadruplum circuli maximi eorum, qui in ſphæra ABDE deſcribi poſſunt. aucta verò quantumlibet ſuperficies inſcripti ſolidi minorem ſemper tenet rationem quàm æqualitatis ad eandem S quadruplum circuli maximi. Quare ex demonſtratis propoſitione 1. huius ſuperficies ſolidorum circumſcripti & inſcripti æquales factæ magnitudini K, id eſt ſuperficiei ſphæræ, tenebunt ad S rationem æqualitatis. Quare K magnitudo æqualis eſt magnitudini S. eſt autem K æqualis ſphæræ ſuperficiei, & S quadruplo maximi in ea circuli. Quare ſphæræ ſuperficies æqualis eſt quadruplo circuli maximi eorum, qui in ea deſcribi poſſunt. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO IX.

CIRCVLI *ſunt inter ſe in diametrorum ratione duplicata; ſeu vt quadrata diametrorum.*

DEMONSTRATIO.



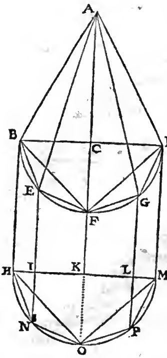
SInt duo circuli inæquales, quorum maior ſit cuius centrum A; minor cuius centrum K. in vtroque ducta ſit diameter D H. Inſcribantur etiã quadrata DFHB, & circa illa octogoni BCDEFGHI. Sunt ergo duæ magnitudines, quadratum nempe DBFH circulo A inſcriptum, & aliud circulo K etiam inſcriptum, quæ creſcunt ſpatiis DCB octies, & aliis ſexdecim, polygono ſequenti duplo laterum numero inſcripto, & ſic deinceps. & in circulo A omnia ſpatia nempe quadratum D H, & ipſi ordine ſuperaddita alia, polygonorum inſcriptione, eandem inter ſe proportionem in ſerie continua accepta ſeruant; ac omnia ſpatia in circulo K, quadratum nempe DH, & ipſi ordine ſuperaddita alia, polygonorum inſcriptione. eſt enim quadratum DH circuli A, ad quadratum circuli K; vt octogonum circuli A, ad octogonum circuli K, & ſic deinceps. inſcriptione verò polygonorum magis ac magis ad circuli æqualitatem ſpatia omnia ſimul ſumpta accedunt & nuſquam illam adſequuntur, reſiduæ ſunt enim partes CL B, CMB; at ſimul & in eodem progreſſionis termino adſequerentur, ſi æquales fieri poſſibile eſſet. Quare ex demonſtratis in propoſitione 5. huius erit reſiduum CLB ad reſiduum CMB; vt omnes antecedentes magnitudines ſimul ſumptæ in circulo A, ad omnes ſimiles antecedentes in circulo K ſimul ſumptas. & tota magnitudo ex reſiduo CLB & antecedentibus ſpatiis compoſita in circulo A. (id eſt circulus A) ad totam magnitudinem ex reſiduo CMB & antecedentibus ſimilibus ſpatiis compoſitam in circulo K (id eſt ad circulum K) vt omnia antecedentia ſpatia circuli A, ad omnia antecedentia ſpatia circuli K; atque etiam vt primum circuli A ſpatium nempe quadratum D H, ad primum circuli K ſpatium nempe quadratum DH. Quare circulus A eſt ad circulum K; vt quadratum

DH circuli A, ad quadratum DH circuli K. Quod erat demonſtrandum. *Centro minoris circuli aſcribi debet K.*

PROPOSITIO X.

OMNIS *Cylindrus triplus eſt coni eandem baſim atque altitudinem habentis.*

DEMONSTRATIO.



SIT Cylindri ſemiſſis BEFDH NPM. cuius baſis ſit ſemicirculus HOP. ſuperficies eidem oppoſita ac parallela ſemicirculus BFD. altitudo illius KC. Sit etiam coni ſemiſſis ABFD. cuius baſis ſemicirculus BFD eadem vel æqualis baſi Cylindri; altitudo autem CA æqualis KC altitudini Cylindri. Dico Cylindrum BFDHOM triplum eſſe coni A BFD.

Baſi ſemiſſis Cylindri inſcribantur polygonorum ſemiſſes, tetragoni HOM, octogoni HNO PM, & ſuperficiei oppoſitæ ſimilium polygonorum ſemiſſes inſcribantur, tetragoni videlicet BFD octogoni BEFGD. & parallelæ ſint BF, FD duabus HO, OM. & latera octogoni BE, EF, &c. lateribus æqualibus HN, NO, &c. rectis exiſtentibus angulis HNI, BEI. Si cylindri ſemiſſis, planis per oppoſita latera BF, HO. itémque FD, OM ductis ſecetur, priſma auferetur ab eo BFDMOH, cuius duæ ſuperficies triangulares oppoſitæ BFD & HOM. parallelæ & æquales inter ſe, tres aliæ BHMD, BFOH, DFOM, parallelogrammæ erunt. ductis deinde planis per latera octogoni BE, EF, & HN, NO priſma

Digitized by Google

auferetur BHNOFE & ex alia parte aliud æquale DGFOPM. atque inſcriptis ſequentibus polygonis in ratione dupla laterum, priſmata auferentur in infinitum; quæ cùm ſub eadem altitudine comprehendantur, erunt inter ſe vt baſes.

Coni pariter baſi, quæ æqualis eſt cylindricæ vel eadem, ſimiles polygoni inſcripti ſint; & ſecetur conus planis per verticem A, & latera BF, DF ductis, ablatus erit pyramidis quadrilateræ ſemiſſis, nempe pyramis ABFD. quæ baſim eandem atque æqualem altitudinem habet ac priſma BHOMDF; ductis deinde planis per verticem A & latera BE, EF, auferetur pyramis ABEF, eandem baſim ac æqualem altitudinem habens, ac priſma BHNOFE: & ex altera parte pyramis AFGD, quæ eandem baſim atque æqualem altitudinem ac priſma FOPMDG habet. atque inſcriptis ſequentibus polygonis in ratione dupla laterum, pyramides triangulis comprehenſis ſub lateribus vltimi inſcripti polygoni & lateribus antecedentis inſiſtentes in infinitum auferentur; quæ cùm ſub æquali altitudine ſint, inter ſe erunt vt baſes.

Sunt ergo duæ magnitudines, priſma nempe BHOMDF, & pyramis ABF cuius baſis eſt triangularis; creſcit autem priſma duobus additis priſmatibus BEFONH, DGFOPM intra latera tetragoni & octogoni comprehenſis. quatuor deinde priſmatibus comprehenſis inter latera octogoni & polygoni ſexdecim angulorum, & ſic deinceps in ratione dupla. ſúntque priſmata ſub eadem altitudine inter ſe vt baſes; hoc eſt priſma BHOMDF eſt ad priſma BHNOFE, vt baſis BFD ad baſim BEF. & ſic deinceps in infinitum.

Creſcit etiam pyramis ABFD, additis duabus pyramidibus, quæ inſiſtunt triangulis BEF, DFG, tetragoni & octogoni lateribus comprehenſis; & quatuor deinde pyramidibus, quæ inſiſtunt triangulis intra octogonum, & ſexdecim angulorum polygonum comprehenſis, & ſic deinceps in ratione dupla. Súntque omnes ſub eadem altitudine; inter ſe itaque erunt vt baſes. hoc eſt pyramis ABFD eſt ad pyramidem ABEF, vt baſis BFD ad baſim BEF, & ſic deinceps in infinitum. Creſcunt itaque priſmata in eadem proportione ac pyramides: & in ſerie continua ſibi inuicem reſpondent; ſimúlque ad æqualitatem cylindri priſmata, & ad coni æqualitatem pyramides

Digitized by Google

accedunt, ſimúlque æquarentur, ſi tandem figuræ baſi inſcriptæ inſiſterent, quæ circulum, qui baſis eſt, æquare poſſet. quamobrem ex demonſtratis in propoſitione 5. huius ab æqualitate cylindri diſtabunt priſmata collecta BHOMDF, BHNOFE, DFOPGM in eadem proportione, ac totidem omnes collectæ pyramides ABFD, ABEF, ADGF, ab æqualitate coni diſtabunt, erítque vt ſumma priſmatum, ad differentiam ipſius à cylindro; ita ſumma pyramidum totidem ad differentiam ipſius à cono; & componendo, vt ſumma priſmatum & differentia à cylindro (id eſt cylindrus) ad differentiam, ita ſumma pyramidum ac differentia à cono (id eſt conus ad differentiam, & conuertendo, vt cylindrus, ad ſummam omnium priſmatum; ita conus ad ſummam omnium pyramidum. Sed omnia priſmata tripla ſunt omnium pyramidum. ergo & cylindrus triplus erit coni. Quod erat demonſtrandum.

FINIS.

Digitized by Google

EXERCITATIO II.

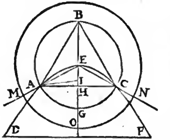
CIRCA CONICARVM SECTIONVM quaſdam propoſitiones.

PROPOSITIO I.

THEOREMA.

SI circulo A B C, cuius centrum E, inſcribatur triangulum æquilaterum ABC; & ab angulo B ducatur in AC diameter perpendicularis B H G, per puncta A E C parabola ſi deſcribatur, cuius vertex ſit E, erit illius parameter ſeu latus rectum BH. vmbilicus ſeu punctum ex comparatione I. Et erit GI ad IE, vt 5. ad 3.

DEMONSTRATIO.



QVIA ABC triangulum æquilaterum eſt, & circulo inſcriptum, erit GH æqualis HE. per ſtructuram autem AEC puncta ſunt in parabola, cuius vertex eſt E; eſt itaque BG circuli diameter & axis parabolæ; quare AH ad BG perpendicularis ordinata eſt in circulo & in parabola. quia ergo eſt in circulo, erit vt BH ad HA, ita HA ad HG. eſt itaque quadratum AH æquale rectangulo BHG; & quia AH ordinata eſt in parabola, erit quadratum AH, æquale rectangulo ſub HE & latere recto. eſt autem HE æqualis HG, ergo latus rectum erit æquale HB. Quod erat demonſtrandum.

Digitized by Google

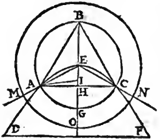
Sed vmbilici I diſtantia à vertice æqualis eſt lateris recti quadranti, id eſt quadranti BH; eſt autem BH æqualis tribus quadrantibus totius BG. ſit ergo BG. 1. erit BH $\frac{3}{4}$. ſed eſt EI quadrans BH, erit itaque totius BG $\frac{3}{16}$. quare cùm BG fuerit 16. erit GH 4. & EI 3. quare GI valebit 5. eſt itaque GI ad IE vt 5. ad 3.

PROPOSITIO II.

PROBLEMA.

DATIS *axe paraboles & vertice, latus rectum ſeu parametrum & vmbilicum inuenire.*

DEMONSTRATIO.



SIT data ſectio parabola DEF, & eius axis EL, vertex E, propoſitum eſt reperire latus rectum EK. Centro E deſcribatur circulus vt libuerit MON, & ex vtraque parte axis EL, accipiantur arcus hexagoni MO, NO. & à centro E ducantur ſemidiametri EM, EN, quæ producantur donec ſecent parabolam in punctis A, C. deinde diſtantia EA & centro E deſcribatur circulus ABC, & iungantur A, C, erit ipſa AC latus trigoni æquilateri circulo inſcripti. quare ex antecedenti theoremate erit BH latus rectum parabolæ DEF. cuius quadrans EI eſt diſtantia vmbilici à vertice. Quod faciendum proponebatur.

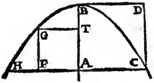
PROPOSITIO III.

THEOREMA.

SI *data recta linea AB media ac extrema ratione ſecetur in T & ad puncta AB, terminos datæ applicentur ipſi æquales & perpendiculares BD, AC; ad punctum verò T ducatur GT æqualis maiori ſegmento & ad AB perpendicularis; & ad lineam FC, quæ componitur ex tota AB*

AB ipſiúſque maiore ſegmento, applicetur rectangulum æquale rectangulo BAT (quod ſub tota AB ipſiúſque maiori ſegmento TA comprehenditur) quod faciat latitudinem HF. & poſita HF in directum lineæ FC faciet totam HC. Dico, quòd quatuor puncta H, G, B, C, ſunt in parabola cuius latus rectum eſt BD æquale rectæ AB.

DEMONSTRATIO.



CVM itaque BA ſecta ſit in T puncto in media & extrema ratione; atque ad AB & punctum T ordinata eſt GT perpendicularis & æqualis AT, erit ipſa GT ordinata in parabola, quæ per puncta GB tranſibit, cuius axis eſt BA, vertex B, parameter verò DB. eſt enim vt AB, id eſt BD, ad TA, id eſt TG, ita TG ad TB.

Ad AB & punctum A applicata eſt AC ipſi AB æqualis & perpendicularis, erit vt AB, ad AC, ita AC ad BD. quare erunt puncta BC in parabola cuius axis AB, vertex B & latus rectum ſeu parameter BD.

Sed & punctum H in eadem parabola eſſe oſtendemus. Cùm enim factum ſit rectangulum HFC æquale rectangulo TAC. erit HFC ad quadratum AC, vt TA ad AB. eſt autem vt TA ad AB, ita BT ad TA; & inuertendo, vt AB ad TA, ita TA, ad TB; vt autem AB ad TA, ita quadratum AC ad rectangulum TAC ſeu HFC. erecta itaque cùm fuerit à puncto F recta FG æqualis TA & ad HC perpendicularis puncta HG erunt in eadem parabola ac puncta B, C, cuius vertex B, axis AB & parameter BD. Sed eſt etiam vt TA ad TB, ita rectangulum TAC ad rectangulum TBD; id eſt HFC rectangul. ad quadratum GT. quare lineæ GT, FG in eodem puncto G eiuſdem parabolæ concurrunt; ſúntque quatuor puncta HGBC in eadem parabola. Quod erat demonſtrandum.

Sequitur HA æqualem eſſe AC, & ſectam eſſe in F in media ac extrema ratione.

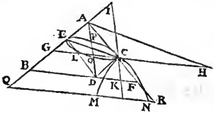
Exercit. D

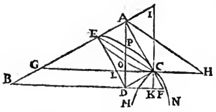
PROPOSITIO IV.
PROBLEMA.

E**LLIPSIM** *& hyperbolam in cono ſecare, ita vt axes inter ſe & latera recta etiam æqualia ſint inter ſe, ſeſeque in verticibus ſectiones contingant.*

ANALYSIS.

SIT factum. inuentus ergo eſt conus BAF, in quo hyperbola MCN facta plano ICK, quod trianguli per axem BAF planum ad rectos angulos ſecat; hyperboles axis eſt IC. plano etiam EC ad planum trianguli per axem perpendiculari facta eſt ſectio Ellipſis EPCO, cuius axis tranſuerſus eſt EC, æqualis axi hyperboles IC. & vtriuſque ſectionis latera recta ſunt æqualia, & ſeſe in vertice C contingunt. rectæ IC æqualis & parallela agatur AD, producta quantùm opus fuerit, productis etiam trianguli BAF cruribus AB, AF. ducta recta iungantur puncta ED. & per D ducatur BF, quæ diameter erit circuli qui baſis eſt coni, & æquidiſtans illi BF ducatur GC, quæ diameter erit circuli ad baſim paralleli. quoniam AD æquidiſtat IC eique eſt æqualis, erit axis tranſuerſus IC ad latus rectum, vt AD quadratum ad BDF rectangulum. erit etiam EC axis ellipſeos (qui æqualis eſt IC) ad latus rectum vt EC quadratum ad rectangulum æquale rectangulo BDF. poſita eſt AD æqualis & æquidiſtans CI; quare DC erit æqualis AI, & æquidiſtabit BAI. ſunt etiam æquales EC, AD inter parallelas & æquales EA, DC, ergo & ED, quæ terminos





ipſarum iungit, parallela erit AC. ſunt autem æquales DC, A I, atque etiam DC, EA; quare AI, EA ſunt æquales. ſed ſunt etiam æquales EC, CI, quare ab AC biſectus erit angulus EC I; atque etiam recta EI biſecta. & recti erunt EAC, CAI. quoniam verò ED, CD (quæ cum AD, BF conueniunt in puncto D) æquidiſtant lateribus AF, AB, erit GC æqualis BD, & LC æqualis DF. quare GCL rectangulum æquale eſt rectangulo BDF.

Synthesis.

Componetur autem hoc modo. In cono ad verticem rectangulo BAF, ad quem problema determinatur, facto triangulo per axem BAF; ſecetur triangulum plano ICK ad illud perpendiculari, quod planum continuatum alteri laterum producto BI occurrat, faciátque hyperbolam MCN, cuius axis tranſuerſus eſt IC: alio quoque plano perpendiculari idem triangulum BAF ſecetur, quod vtrique laterum BA, AF non æquidiſtanter baſi aut ſubcontrariè poſitum occurrat, faciátque ſectionem ellipſim EPCO, cuius axis tranſuerſus EC æqualis ſit IC. Dico ſectas eſſe ellipſim & hyperbolam, cuius axes & latera recta ſunt æquales, & quæ ſeſe in vertice contingunt.

Cùm enim recti ſint anguli EAC, CAI. & æquales EA, A I; ſi ducatur AD æquidiſtans IC & ei æqualis, iungatúrque D C, erit DC parallela AI. erúntque etiam æquales AD, EC, comprehenſæ inter parallelas AE, DC æquales, quare & ED parallela erit AC. & æquales erunt GC, BD, itémque LC, D F. erit itaque in hyperbola axis IC ad latus rectum, vt quadratum AD ad rectangulum BDK. In ellipſi autem erit axis EC ad latus rectum, vt quadratum EC ad rectangulum GCL. vtrobique autem æqualia ſunt quadrata AD, EC, & rectangula BDF, GCL, quare & latera recta æqualia erunt. cùm autem EC, CK ſint in eodem plano trianguli per axem. Latus rectum quod ad axes IC, EC applicabitur ad punctum C, perpendiculare erit ad planum prædicti trianguli, & etiam ad ipſos axes; atque adeo ſectiones in vertice C continget. quare & in eodem ſeſe ſectiones contingent. ſectæ ſunt ergo ellipſis & hyperbola, vt proponebatur.

Eſſe autem axem ellipſis EC ad latus rectum, vt quadratum E C ad rectangulum GCL ſic oſtendemus. à vertice coni A

Digitized by Google

ducatur AH, quæ baſi trianguli per axem facti GC productæ occurrat in H. & æquidiſtet EC. erit igitur axis tranſuerſus EC ad latus rectum, vt quadratum AH ad rectangulum GHC. propter parallelas AH, EC, eſt vt AH ad HG, ita EC ad CG. & propter parallelas EL, AC, eſt vt AH ad HC, ita EC ad CL; per compoſitionem itaque rationis vt quadratum AH ad rectangulum GHC, ita quadratum EC ad rectangulum GCL, ergo hoc quadratum EC eſt ad rectangulum GCL, vt axis ellipſis EC ad latus rectum.

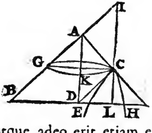
In ſyntheſi autem huius problem. vt ſectio ſubcontraria vitetur, in cono ſcaleno ellipſis primùm, deinde hyperbola ſecabitur.

PROPOSITIO V.

PROBLEMA.

CONVM *reperire in quo circulus & hyperbola ſecentur, & ſeſe in verticibus contingant, quorúmque axes tranſuerſi ac latera recta æqualia ſint.*

ANALYSIS.



IN cono BAF, ſectus eſt circulus GC, & hyperbola ECH quorum latera ſunt æqualia, axes tranſuerſi nempe GC, IC, atque etiam latera recta æqualia. erit ergo æquicrurum GCI triangulum. ducta ſit AD æqualis & parallela IC. & iungatur DC, erit DC æqualis AI, & ipſi parallela, atque adeo erit etiam eidem DC æqualis & parallela GA; ſed AD eſt æqualis IC. erunt ergo æquales AD, GC. atque etiam inter ſe æquales erunt GC, BD, intra eaſdem parallelas comprehenſæ. eſt in hyperbola axis IC ad latus rectum, vt quadratum AD, ad rectangulum BDF; quare erit in circulo, vt quadratum GC ad æquale rectangulum rectangulo BDF, nempe ad rectangulum GCG, cùm in circulo latus rectum æquale ſit axi. ſed BD æqualis eſt GC, ergo BD, DF inter ſe æquales erunt, cùm ſit GC quadratum æquale rectangulo BDF. Conus ergo BAF erit rectus, & AD per centrum circuli BF, qui baſis eſt coni, tranſibit, & æquales erunt AD, BD.

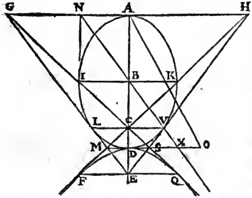
Digitized by Google

SYNTHESIS.

Componetur autem, ſecto cono baſi æquidiſtanter & facto circulo GKC, & ducta per ipſius centrum AD æquali GC. à puncto autem C accepta CI occurrens in I producto lateri BA. quæ ſit æqualis AD & ipſi parallela. & per IC ducto plano ICL, & facta hyperbola ECH. & factum erit problema.

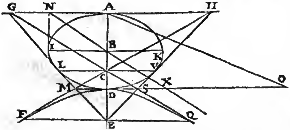
PROPOSITIO VI.

THEOREMA.



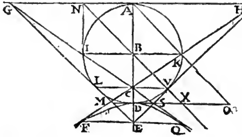
SI ad eundem axem, idémque latus rectum deſcribantur in plano ellipſis & hyperbola, vel circulus & hyperbola, quæ ſeſe in verticibus contingant. & in hyperbola ad axem ordinata ducatur, & ad ordinatæ terminum linea hyperbolam tangens; ab altero verò ordinatæ, qui cum axe conuenit, termino ad ellipſim vel circulum ducatur tangens, illæque ambæ tangentes producantur, donec rectæ, quæ per alterum verticem ellipſeos vel circuli ducitur ordinatis æquidiſtans, occurrant; ambæ in vno puncto concurrunt, quod in ducta per alterum verticem ellipſis vel circuli linea recta poſitum eſt.

DEMONSTRATIO.



SINT axis AD & latus rectum DO, ad quæ deſcribantur ellipſis ALDK, & hyperbola FDQ quæ ſeſe in verticibus D contingant; & in hyperbola ad axem AE ordinata ducatur FE, & ad huius ordinatæ terminum F in ſectione duca-

tur hyperbolam tangens FC. ab altero verò termino E, qui cum axe conuenit, ad ellipſim ducatur tangens EV, illæque ambæ tangentes producantur ad GH, quæ per alterum verticem ducta eſt ordinatis æquidiſtans, eíque occurrant. Dico ambas FC, EV tangentes concurrere in vno puncto H, quod in linea GH poſitum eſt.



Per vertices D ducatur MD ordinatis æquidiſtans, & in directum lateris recti DO poſita. & ducatur ab V contactu rectæ E H & ellipſeos recta VC. quia tangit hyperbolem FH, & axem ſecat in G; erit vt AE ad ED, ita AG ad CD; ſed vt AC ad CD, ita AH ad MD. ergo ab æquali vt AE ad ED, ita AH ad MD. pariter quia ellipſim tangit EH; erit vt AE, ad ED; ita AC, ad CD. ergo ordinata VC occurrit AD in C puncto interſectionis AD, FH. ſed vt AE ad ED, ita AH ad DS. In vtraque igitur ſectione eandem rationem habent inter ſe latera rectangulorum AH, MD, & AH, DS. quare ſunt ſimilia rectangula. ſed & vtrobique ſunt æqualia quadranti figuræ ſub lateribus AD, DO, quare & latera MD, DS æqualia erunt, & AH vtrique rectangulo communis erit. Quare FHEH in puncto H, quod in GH ſitum eſt, concurrunt. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

I ISDEM *poſitis. Si ad punctum Q alterum terminum ordinatæ in hyperbola ducatur ad ipſam ſectionem tangens QCG. Dico quòd tangentes ESH, QSG ſeſe interſecabunt in puncto quod eſt in latere recto DO.*

DEMONSTRATIO.

CVM enim ad Q, alterum terminum rectæ FQ ordinatæ in hyperbola, ducta ſit ad ipſam tangens QCG, ſitque DS æqualis MD, faciet angulum QCE angulo FCE ſimilem & æqualem. quare erit rectangulum AH, MD (hoc eſt AH, DS) in hyperbola, æquale rectangulo AH, DS in ellipſi. ſed AH eſt communis vtrique rectangulo, ergo & DS vtrique communis erit. Quare ESH, QSG in puncto ſe interſecabunt quod in latere recto DO iacet. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VIII.

THEOREMA.

IISDEM *poſitis, ſi ad terminum axis coniugati IK ducatur NI tangens ellipſim vel circulum, quæ occurrat rectæ GH: & ab N puncto occurſus per ellipſis vel circuli centrum ducatur NBX. Dico hanc NBX eſſe hyperboles aſymptoton.*

DEMONSTRATIO.

ERIT enim NI æqualis AB, & NA æqualis IB ſeu BK, quæ poteſt quadrantem figuræ lateribus AD, DO contentæ. tranſit autem NBX per centrum ellipſis vel circuli & MDO æquidiſtat GH, propterea erit triangulum DBX, triangulo NBA æquale & ſimile; ideo erit vt BA ad AN, ita BD ad DX. ergo DX eſt æqualis BK. & poterit BX quadrantem figuræ ſub lateribus; propterea, quæ à centro B per terminum illius ducetur NBX, erit hyperboles aſymptotos. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Hinc conſtat, quod in circulo contingente hyperbolam aſymptotos parallela eſt diametro figuræ ſub lateribus, id eſt BX, & AO æquidiſtant. cùm enim DX, BK ſint inter ſe æquales, atque etiam AD, DO inter ſe æquales, & BK ſit ſemiſſis DO, erunt æquales BK, XO. eritque vt AD ad DO, ita BD ad DX; quare BX, AO æquidiſtant.

At in ellipſi contingente, ſi axis latere recto maior ſit, vt in

prima figura; erit DX maior ſemiſſe DO, cùm media proportionalis ſit inter BD & ſemiſſem DO. non erit ergo vt AD ad DO, ita BD ad DX. maiorem quippe DX habet rationem ad DB, quàm DO ad DA, cùm DB ſit ſemiſſis DA, at DX maior quàm ſemiſſis DO. minórque eſt XO quàm BT. ergo productæ AO, BX infra BO ad partes hyperbolæ conuenient.

Si verò axis minor ſit latere recto, tunc erit DX minor ſemiſſe DO. & propterea NA æqualis DX, minor erit BT. concurrent ergo AO, NX ad partes ellipſeos ſupra rectam GH.

PROPOSITIO IX.

THEOREMA.

IISDEM *poſitis. Si ab A termino axis tranſuerſi AD, ad punctum S communis interſectionis tangentium EH, QG, vel DO, EH ducatur recta ASZ, quæ ordinatas ad axem in ellipſi & hyperbola; vel circulo & hyperbola à puncto contactuum ſecet. Dico quod ordinatas CV, EQ in punctis RZ ipſa biſecat.*

DEMONSTRATIO.

EST enim in ellipſi vel circulo, vt HM ad MS, ita HC ad CV; & permutando vt HM ad HC, ita MS ad CV. ſed eſt etiam vt HM ad HC, ita AD ad AC. quare ab æquali vt AD ad AC, ita MS ad CV. eſt autem vt AD ad AC, ita DS ad CR; atqui eſt DS ſemiſſis totius MS, ergo & CR totius CV ſemiſſis erit. Quare biſecta eſt CV in R.

Eadem erit demonſtratio in hyperbola. eſt enim vt HF ad HM. ita FE ſeu EQ ad MS. vt autem HF ad HM, ita AE ad AD. ergo ab æquali, vt AE ad AD, ita EQ ad MS. ſed eſt etiam vt AE ad AD, ita EZ ad DS. & inuertendo vt AD ad AE, ita DS ad EZ. eſt verò DS ſemiſſis totius MS. ergo & EZ ſemiſſis erit totius EQ. biſecat ergo recta AZ ordinatas CV, EQ. Quod erat demonſtrandum.

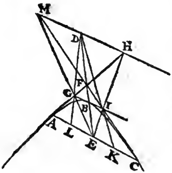
Idem demonſtrari poteſt adſumptis triangulis GSH, CSV, ESQ ſimilibus & ad verticem oppoſitis. Cùm enim ob æquales FE, EQ, ſeu MD, DS. æquales ſint GA, AH, biſecat AS rectam GH, quare & omnes in eodem triangulo GSH ipſi

GH

GH parallelas biſecabit nempe CV. in ſimili quoque ad verticem oppoſito ESQ producta ASZ biſecabit EQ parallelam GH. vt in tribus figuris cernere licet ducta linea recta ab A puncto ad punctum M, & producta ad FQ *Omiſit Sculptor in figuris prop. 6. lineas ab A per M, S ad F Q ductas, ſed videatur prop. 11. quæ eadem eſt.*

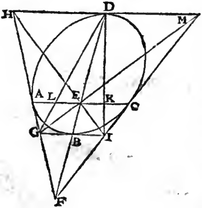
PROPOSITIO X.

THEOREMA.



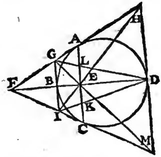
SI in hyperbola, ellipſi vel circuli circumferentia quæuis ducatur diameter, & ad ipſam in ſectione ordinata; per terminum verò diametri, qui in ſectione, ducatur recta ſectionem tangens; & per ordinatæ terminos tangentes deinde ducantur quæ tangenti per diametri terminum ductæ occurrant. Si à puncto diametri, ad quod ordinata in ſectione ducta eſt, ducatur recta linea per binarum tangentium occurſum, productæ tangenti, quæ per alterum terminum ordinatæ ducta eſt, occurret in linea, quæ ab altero diametri termino ordinatæ in ſectione æquidiſtans ducta erit.

DEMONSTRATIO.



SIt in hyperbola ABC vel in ellipſi aut in circulo ducta diameter quæuis DBE intra ſectionem, & ad ipſam in ſectione ordinata recta AEC, quæ propterea biſecta erit in E. per B verò terminum diametri, qui in ſectione, ducatur recta GBI, ſectionem vel circulum contingens, quæ propterea æquidiſtabit ordinatæ AC. per terminos deinde ordinatæ,

nempe A & C, ducantur tangentes CIF, AGF, quæ tangenti GBI, quæ per B ducta eſt, occurrant in punctis G I. Dico, quòd ſi ab E puncto diametri, ad quod in ſectione ordinata ducta eſt, per I punctum, binarum tangentium GBI, FIC occurſum, ducatur in hyperbola recta EIH, vel EGM; in ellipſi verò & circuli circumferentia ducta EI vel EG ad alteram partem producatur EH vel EM, ipſa productæ tangenti, quæ per alterum ordinatæ terminum ducta eſt, occurret in linea H D M, quæ per D alterum diametri terminum æquidiſtans ordinatæ AC ducta erit. Id eſt EIH, quæ per I occurſum tangentium GBI, CIF tranſit, occurret AH in linea MDH. & EGM occurret CIM in linea MDH.



Quoniam ad diametrum DBF ordinata eſt A E C, & per B terminum ducta eſt tangens GBI ordinatæ æquidiſtans, erunt inter ſe æquales GB, BI. & quia à punctis A, C ductæ ſunt tangentes A G F, CIF. erit vt DE ad BE, ita D F ad FB. ſed eſt etiam vt DF ad BF, ita DM ad BG in hyperbola. ab æquali erit vt DE ad BE, ita DH ad BG vel BI ipſi æqualem. & inuertendo vt BE ad DE, ita BI vel BG ad D H. ducta eſt ab E per I recta E I H, ergo in triangulo D E H ob parallelas BI, DH erit vt DE ad BE, ita HE ad EI. & inuertendo vt B E ad DE, ita EI ad HE. ſed eſt vt EB ad ED, ita BI ad DH, erit ab æquali vt EI ad IB, ita EH ad HD. quare D H eadem eſt baſis communis triangulorum DFH, DEH. ergo E I producta occurrit productæ AF in puncto H, quod eſt in linea M DH. Quod propoſitum erat.

In ellipſi verò & circuli circumferentia, eſt vt D F ad BF, ita DE ad EB, vt autem DF ad BF, ita D H ad G B, ergo ab æquali erit vt DE ad EB, ita DH ad GB. eſt autem D H æqualis DM. erit ergo vt DE ad EB, ita D M ad GB. æquidiſtant autem DM, GB. ſunt ergo ſimilia triangula. erit ergo vt DE ad EM, ita EB ad EG, & permutando vt DE ad E B, ita ME ad EG, ſuntque æquales ad verticem DEM, GEB, &

Digitized by Google

DB eſt vna linea. quare GEM vna linea erit, quæ occurret tangenti FCM productæ in linea HDM. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XI.

THEOREMA.

ISDEM *poſitis, ſi ab altero diametri termino rectæ ducantur ad occurſum binarum tangentium, & ad ordinatam ad diametrum producantur, ipſam ordinatam ad diametrum biſecabunt.*

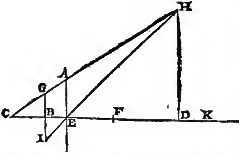
DEMONSTRATIO.

AB altero diametri termino nempe D, ad puncta I, G contingentium occurſus ducantur rectæ DGL, DIK. Dico, quòd AE vel CE ordinatam ad diametrum biſecant in punctis L K.

Cùm enim intra eaſdem parallelas triangula AHE, LDE conſtituta ſint, erit vt DE ad DB, ita HA ad HG; vt autem HA ad HG, ita AE ad GI. & inuertendo vt HG ad HA, ita GI ad AE. vt autem HG ad HA, ita DB ad DE. & vt DB ad DE, ita GB ad LE. ab æquali erit vt GB ad LE, ita GI ad AE. ſed GB ſemiſſis eſt GI. quare & LE ſemiſſis erit AE. ergo DGL, vel DIK biſecat AE, vel CE. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XII.

THEOREMA LOCALE.



SIT *data linea BK interminata, & ad ipſius terminum B perpēdicularis vtrinque ducatur GBI. ſiántque æquales GB, BI. & ad aliud punctum E ducatur perpendicularis AE, quæ maior ſit quàm BG. deinde per puncta GA ducatur quantumlibet producta GAH; & à puncto I ducatur per E recta*

Digitized by Google

IE quantumlibet producta donec occurrat GA productæ, verbi gratia in H. denique à puncto occurſus H ad productam quantumlibet BK ducatur perpendicularis HD, quæ æquidiſtabit GB, AE. Dico quòd punctum A pertinet ad circulum vel ellipſim, cuius diameter vel axis tranſuerſus eſt BD poſitione datus, & magnitudine determinatus à perpendiculari HD.

DEMONSTRATIO.

BISECETVR BD in F; & producantur HG, DB, quæ concurrant in C, & faciant triangulum rectangulum HCD. cùm itaque ſint æquales GB, BI, & æquidiſtent inter ſe GB, HD, erit vt DE ad DH, ita EB ad BI. & permutando, vt DE ad EB, ita HD ad GB. erit ergo ab æquali, vt DE ad EB, ita DC ad BC. & componendo, vt DB ad DE, ita DC, CB ad BC. iterúmque permutando, vt DB ad DC, CB, ita BE ad BC. & antecedentium adſumptis ſemiſſibus, erit vt FB ad FC, ita BE ad BC. & permutando, vt FB ad BE, ita FC ad BC. & per conuerſionem rationis, vt FB ad FE, ita FC ad FB. Quadratum ergo FB æquale eſt rectangulo CFE.

Quia ergo eſt vt CF ad FB, ſeu FD ad FE; erit componendo, vt CD ad FD, ita DE ad FE. & permutando vt CD ad DE, ita FD ſeu BF ad FE; & per conuerſionem rationis, vt DE ad EC, ita EF ad EB. eſt igitur rectangulum DEB æquale rectangulo CEF. Quare ſi quadratum AE æquale eſt rectangulo CEF, erit A punctum in circumferentia circuli cuius ſemidiameter eſt BD. ſi verò quadratum AE maius fuerit rectangulo CEF vel BED, erit A punctum in ellipſi, cuius latus rectum erit ad tranſuerſum, vt rectangulum CEF ad quadratum AE. Si verò minus fuerit quadratum AE rectangulo CEF vel BED, erit in ellipſi, cuius latus rectum erit ad tranſuerſum, vt quadratum AE ad rectangulum CEF. per ea quæ demonſtrata ſunt prop. 38. lib. 1. Conic. Apollonij. Quod erat demonſtrandum.

FINIS.

Digitized by Google

EXERCITATIO III.

AD LECTOREM.

HANC *de poriſmatibus ſcriptiunculam data mihi occaſione compoſui, cùm ante biennium vir illuſtriſſimus ac ampliſſimus Dominus de Fermat in ſuprema Curia Tholoſana Senator integerrimus & in iudiciis exercendis peritiſſimus, rerum Mathematicarum doctiſſimus, propoſitiones quaſdam ſubtiliſſimas & poriſmata quæ tam theorematicè quàm problematicè proponi poſſunt, ad amicos ſuos huc miſiſſet. Ex Pappi vnius monumentis & collectionibus Mathematicis poriſmatum naturam & vſum diſcere poſſumus, cùm ex veteribus qui hanc Geometriæ partem attigerunt, præter ipſum nullus ſuperſit. Illius tamen ſententia legenti ſtatim obuia non eſt; textúſque corruptione, & applicationis poriſmatum defectu obſcurior proculdubio euadit. Interea dum tanto viro ſua edere libuerit, noſtra, qualiacumque tandem ſint, publici iuris facere placuit; vt alios ad eorundem inueſtigationem impelleremus; ipſúmque Ampliſſimum Dominum de Fermat, ad ſua edenda, vtinam & ad alia ſublimis intellectus ſui εὑρήματα cum omnibus communicanda, excitaremus. Is enim eſt, quem omnes Europæ Mathematici ſuſpiciunt; quem à ſubtiliſſimis ætatis noſtræ Geometris Bonauentura Cauallerio Bononiæ, & Euangeliſta Torricello Florentiæ ſummis laudibus in cœlum ferri, eiúſque inuenta mirabilia prædicari auribus meis audiui. quem etiam virum tam eximiis virtutibus clarum, multáque eruditione ornatum, ac in rebus Mathematicis oculatiſſimum toto pectore veneror ac colo.*

TRACTATVS BREVIS
DE PORISMATIBVS.

INTER antiquorum Geometrarum libros, qui ad locum reſolutum pertinebant, recenſet Pappus Poriſmatum opus ab Euclide tribus voluminibus elaboratum: hiſque verbis commendat, *perutilè ad reſolutionem obſcuriorum Problematum, ac eorum generum, quæ non comprehendunt eam, quæ multitudinem præbet, naturam.* Pappi Græca verba à Commandino in Latinum ſic verſa ſunt, quibus ſanè magna obſcuritas ſubeſt, ita vt eorum ſenſum penetrare obuium aut facile non ſit. idque aut propter Græci textus corruptionem & interpolationem, aut propter interpretis vitioſam verſionem contigit. vix enim intelligi queunt iſta genera, naturam non comprehendentia, quæ præbet multitudinem: ac præterea quæri poteſt, cuiuſnam rei multitudinem hîc indicare Pappus voluerit. Huius autem Græcus textus ab Illuſtriſſ. viro in bonæ notæ Manuſcriptis membranis olim viſus ſic ſe habebat, πορίσματα δέ ἐστι πολλοῖς ἄθροισμα, φιλοτεχνότατον εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῶν ἐμβριθεστέρων προβλημάτων καὶ τῶν γενῶν ἀπερίληπτον τῆς φύσεως παρεχομένης πλῆθος. quæ lectio differt ab ea, quam habuit Commandinus in Codice Manuſcripto, quo ipſe vſus eſt. non obmiſſurus quippe erat verſionem horum verborum, πορίσματα δέ ἐστι πολλοῖς ἄθροισμα φιλοτεχνότατον, neque etiam legit in recto caſu ἀπερίληπτον, ſed ἀπεριλήπτων in ſecundo ſeu genitiuo. attamen, ſi Manuſcriptus liber, quo vſus eſt, habuit ἀπεριλήπτων, malè vertit, *quæ haud comprehendunt*, debuit enim, *quæ haud comprehenduntur*, ſcribere. In huius quoque definitionis membro altero, καὶ τῶν γενῶν ἀπερίληπτον τῆς φύσεως παρεχομένης πλῆθος, videtur deeſſe aliquid; cuius enim φύσιν hîc intelligat, quæri poteſt; & videtur ad poriſmatum, quæ hîc definiuntur, & quorum efficacia commendatur, naturam retuliſſe; quare legendus ſic mihi videretur iſte locus; πορίσματα δέ ἐστι πολλοῖς ἄθροισμα φιλοτεχνότατον εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῶν ἐμβριθεστέρων προβλημάτων, καὶ τῶν γενῶν ἀπερίληπτον τῆς φύσεως αὐτῶν παρεχο-

γένους πλῆθος, quæ Latinè ſic reddi queunt : *Poriſmata à multis ſic intelliguntur, vt artificioſa collectio ſit* (propoſitionum nempe) *ad analyſim grauiorum ſeu difficiliorum problematum, & generum, incomprehenſibilem multitudinem præbente ipſorum* (poriſmatum) *natura.* verùm neque adhuc clarus eſt horum verborum ſenſus. Vir eruditiſſimus huius loci ſenſum ſic explicat, *Poriſmata conferre ad analyſim obſcuriorum problematum, & generum* (hoc eſt problematum generalium) ex dictis enim apparet poriſmatum propoſitiones eſſe generaliſſimas, deinde ſubiungit Pappus, *cùm natura multitudinem, quæ vix poteſt animo comprehendi, ſubminiſtret;* quibus verbis infinitas illas & miraculo proximas eiuſdem problematis indicat ſolutiones. Meritò dubitare poteſt quiuis an τὸ γένος vſurparit Pappus pro γενικωτάτῳ; & an ſubaudienda ſit vox αἰαλύσιων, velítque dicere poriſmata ex natura ſua multitudinem ſolutionum eiuſdem problematis præbere.

Ex illis verbis corruptis proculdubio & obſcuris naturam poriſmatum elicere non poſſumus. conſtat ſolummodo fuiſſe propoſitiones ad analyſim perficiendam collectas & valde vtiles, obſcuriorúmque problematum reſolutioni lucem maximam attuliſſe. Ideo verò ait vniuerſalem habere poriſmata contemplationem, quòd eodem ſemper modo ſe habeant, & ad multa ſe extendant.

Pergit porro Pappus: *horum autem ſpecies omnes neque theorematum ſunt, neque problematum, ſed mediam quodammodo inter hæc formam ac naturam habent, ita vt eorum propoſitiones formari poſſint vt theorematum, vel vt problematum. quo factum eſt, vt ex multis Geometris alij quidem ea genere eſſe theoremata, alij verò problemata opinati ſunt, dum ad ſolam tantùm propoſitionis formam reſpicerent.* Quibus docet inter quas propoſitiones referri poſſint Poriſmata, & inter theoremata ac problemata medium locum tenere dicit; quam verò ob rationem mediæ ſint, tradit, quia formari poſſunt illæ vt theoremata, quæ in ſola contemplatione rei ὅτι ἐστι, vel τοῦ διότι, aut proprij alicuius, quod ipſi ineſt, verſatur. quia efferri quoque poſſunt vt problemata, in quibus aliquid effici aut reperiri imperatur; neutrius verò naturam induunt, niſi quantum ad enunciationis formam externam, quæ accidentalis ipſis eſt. Quoniam verò theoria vtpote natura ſimplicior, prior eſt effectione, theoremata etiam antecedent problemata; quæ verò

media ſunt, ſuccedent theorematibus, & priora problematibus erunt; atque adeo per ipſa, vtpote media ad finem, à theorematibus ad problemata progrediemur. Quare & poriſmatum natura talis erit, vt à theoria ad effectionem tendat; & rationem modúmque oſtendat efficiendi id, quod theoremate demonſtratur ὅτι ἐςι. Hæ itaque propoſitiones, dum conſiderantur vt media ad finem, pura theoremata non ſunt, quoniam efficiendi modum exhibent; non ſunt etiam pura problemata, quia nondum in ipſis efficitur propoſitum, ſed ſolummodo ad illud alio in loco efficiendum afferuntur. Hæcque noſtra explicatio Pappi verbis ſequentibus accommodata videtur. arguit enim Geometras illos recentiores, qui poriſmata in theorematum aut problematum genus retulerunt, oſtendítque eos rem bene non cepiſſe. *Horum autem*, inquit, *trium differentiam veteres multò meliùs cognouiſſe ex definitionibus perſpicuum eſt. Dixerunt enim theorema eſſe, quod proponitur in ipſius propoſiti demonſtrationem. Problema, quod affertur in conſtructionem propoſiti. Poriſma verò, quod proponitur in poriſmum, hoc eſt in inuentionem & inueſtigationem propoſiti.* Ex qua poriſmatis definitione colligere poſſumus, veteres Geometras eo nomine propoſitiones aliquas connotaſſe, quatenus ad effectionem & inuentionem dirigebantur, & rationem efficiendi problematis continebant, adeóque eſſe vt media ad finem. Quare tales etiam propoſitiones ſeorſim acceptæ, nec ad inuentionem quæſiti, & effectionem problematis, cui inueniendo inſeruire poſſunt, adhibitæ, poriſmata ampliùs non erunt, ſed pura theoremata. Quòd verò rationem cuiuſdam effectionis contineant, in problemata conuerti poterunt, quibus aliquid efficietur. Quod effectum, ſi ad aliud, vt medium ad finem, adplicabitur, problema ſine ipſo haud facilè efficiendum abſoluet; & poriſmata propoſitiones illæ tunc erunt & dicentur.

Addit præterea Pappus: *Immutata eſt autem hæc poriſmatis definitio à iunioribus, qui nequeunt omnia inueſtigare, ſed his elementis vtuntur, & oſtendunt ſolummodo quòd hoc eſt quod quæritur, non autem illud ipſum inueſtigant. cúmque & ex definitione ipſa, & ex iis, quæ nobis tradita ſunt, redarguerentur, ab accidente ſic poriſma definierunt: Poriſma eſt, quod hypotheſi deficit à locali theoremate.* Hæc Pappus *de poriſmatis definitione & natura. pauca equidem, intellectu difficilia, tenebríſque inuoluta; ex his verò poſtremis ſenſum elicere conabimur.*

Immu-

Immutatam à iunioribus porifmatis definitionem queritur; & huius immutationis cauſam tradit; quòd ſcilicet omnia poriſmata inueſtigare non poſſent, quæ adferri debent ad inuentionem propoſiti; quare oſtendebant ſolummodo quod hoc eſt quod quæritur, nec illud inueſtigabant, quam ob cauſam etiam effectionem geometricam non adſequebantur. Cùm itaque non inueſtigarent, quia id præſtare non poterant, propoſitionum illarum naturam, quæ in poriſmum, ſeu propoſiti inuentionem afferuntur, non viderunt mediam eſſe inter theorematis ac problematis naturam, & connectere theoriam cum effectione; quia ſcilicet per id, quod illis propoſitionibus efficitur, problema propoſitum abſoluitur; & illa verba, *ſed his elementis vtuntur*, ſic intelligenda eſſe videntur, vt iuniores illi Euclidæis poriſmatibus, vt elementis vſi ſint, non vt propoſitionibus, quæ ad effectionem immediatè deducebant. Ignorarunt itaque naturam, quia neſcierunt vſum & finem; illas itaque propoſitiones non cenſuerunt proponi in poriſmum, ſeu ad inueſtigationem propoſiti. At cùm redarguerentur ab antiquorum Geometrarum ſectatoribus & eruditis, qui propoſitiones illas medias eſſe oſtendebant, quòd ad propoſiti inuentionem adferrentur, & effectionem problematis perficerent, & ideo ab antiquis rectè eſſe definitas, aliam commenti ſunt poriſmatis definitionem, & dixerunt *Poriſma eſſe, quod hypotheſi deficit à locali theoremate*, id eſt eſſe propoſitionem; in qua pauciora data ſupponerentur, quàm in locali theoremate. quod locale theorema eſt, vt mihi videtur, propoſitio in qua oſtenditur aliquid in tali loco eſſe, & ad eum pertinere, vt punctum illud eſſe in linea, circulo, parabola, &c. Illam lineam pertinere ad circulum, parabolam, &c. Tota ergo quæſtio verſabatur inter iuniores & veterum aſſertores de modo definiendi poriſmatis: illas propoſitiones quin iuniores cognorint non eſt dubium, ſed earum naturam malè explicarunt, cùm non animaduerterent quem ordinem ac locum in analyſi ac ſyntheſi tenerent, aliáſque proprietates à Pappo indicatas non cernerent.

Proclus in Euclidem lib. 3. poriſma ſic definiuit, τὸ δὲ πόρισμα λέγεται μὲν καὶ ἐπὶ προβλημάτων τινῶν, οἷον τὰ Εὐκλείδῃ γεγραμμένα. λέγεται δὲ ἰδίως ὅταν ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων ἄλλο τι * συναφανῆ θεώρημα μὴ προθεμένων ἡμῶν. ὃ καὶ διὰ τοῦτο πόρισμα κεκλήκασι ὥσπερ τι κέρδος ὂν τῆς ἐπιστημονικῆς ἀποδείξεως. *Poriſma etiam de quibuſdam proble-* * συνεκ- φανῆ

matibus dicitur, qualia ſunt ab Euclide conſcripta poriſmata. propriè verò talia dicuntur quando ex demonſtratis aliud quodlibet theorema nobis non proponentibus emergit & offertur; quod propterea poriſma appellarunt, quaſi lucrum ex ſcientifica demonſtratione obiter & præter expectationem factum.

Longè differt hæc definitio ab ea quam attulit Pappus. notat enim Proclus poriſma ab accidente, & ex eo dictum eſſe vult, quòd obiter & aliud agendo nouum theorema lucrifaciamus. At veteres ab ipſius ordine in analyſi & ſyntheſi & à fine ad quem dirigitur, ipſum definierunt. poterit tamen & deſcriptio Procli poriſmati conuenire, ſiquidem in analyſi nouus locus aliquando patefit, & nouum theorema, ex quo immediatè problematis ſolutio petenda eſt, quo ignoto non inueniretur quæſitum.

Quamuis igitur à veterum definitione aliquomodo recedere videatur vir eruditiſſimus in his quæ dicit, *ſed cùm ex ſuppoſito loco & cognito alium locum venamur, nouus iſte locus poriſma vocatur ab Euclide*, conciliari tamen poterit eius ſenſus, qui idem eſt ac Procli, cum veterum placitis; dummodo concedat locum illum ſecundum, quem venamur, ideo ſecundum appellari, quòd in analyſi peracta offeratur demonſtrandus ac inueniendus, & ad inueſtigationem propoſiti afferendus; tunc enim erit poriſma, & propoſitio quæ aliquando deficiet hypotheſi à locali theoremate; id eſt in qua non tot ſupponentur ac in analyſi, quæ theorema eſt illius, quod ſyntheſi demum problema efficitur.

Notandum quoque eſt Pappum non omnibus poriſmatibus, ſed quibuſdam tantùm, accidens illud, per quod iuniores poriſma vniuerſaliter definierunt, tribuiſſe; quod apertè dicit his verbis, *huius autem generis poriſmatum* (quæ deficiunt hypotheſi à locali theoremate) *loci ipſi ſunt vna ſpecies; atque de hac ipſa abundè tractatur in reſoluto loco, ſeorſum autem à poriſmatibus collecta, inſcriptáque ac tradita ſunt, quòd magis diffuſa ac copioſa ſit cæteris ſpeciebus.* Quare iuxta Pappi ſententiam in definiendo vniuerſaliter poriſmate errauerunt adhuc iuniores, cùm differentiam ex accidenti ſpecifico ad totum genus definiendum adſumpſerint. Sunt itaque poriſmata, quæ non deficiunt hypotheſi à locali theoremate, at horum ſpecies ad pauciora ſe extendit. Vnum addo, periodi ſequentis membrum primum corruptum videri, quod ſic vertit Commandinus, *Locorum igitur ſpecies ſunt decem.* habuit itaque textus Græcus τῶν τόπων οὖν εἴδη ἐστὶ δέκα, ſed quatuor

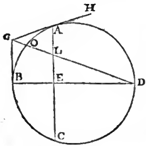
tantùm enumerat, & ſanè plures non ſunt. ſcriptum olim proculdubio erat ἄδηλ' ἐστὶ δ' nota numerali quæ quaternarium deſignat, quia δ quartum eſt in alphabeti ſerie. aliquando decem, quia litera initialis eſt τοῦ Δέκα, vnde ἀμφιβολία nata eſt.

Exemplum itaque hîc proponemus, vt clarior explicatio ſuperiùs poſita fiat.

PROBLEMA.

DATO *circulo ABCD, in eóque poſitione datis diametro BD & ſubtenſa OD, quæ diametri datæ terminum D attingat. oportet ad diametrum BD lineam ſubtenſam ordinatam applicare, quæ à data ſubtenſa OD ita ſecetur, vt rectangulum ſub tota ordinata & minori ipſius ſegmento æquale ſit quadrato dimidiæ.*

ANALYSIS.



SIT factum. & ducta ſit ſubtenſa AC, ad diametrum BD ordinatim applicata, & à ſubtenſa OD ita ſecta in L, vt rectangulum ſub tota AC, & minori ſegmento AL æquale ſit quadrato dimidiæ AE. eſt igitur rectangulum CAL æquale quadrato AE; propterea talis erit proportio, vt CA ad AE, ita AE ad AL. ſed AE ſubdupla eſt totius CA, ergo & AL ſubdupla erit eiuſdem AE, & ſubquadrupla totius CA. Huc vſque, non vltrà, procedit analyſis, cùm proportio, quam tenent inter ſe CA, AE, AL, inuenta ſit.

SYNTHESIS.

Componetur itaque, ſi ita applicetur AC ſubtenſa ad BD diametrum, vt AL ſit ſemiſſis AE vel quadrans totius AC. ex alio itaque problemate priùs efficiendo dependet ſolutio problematis propoſiti. in huius itaque poriſmum, id eſt ad acquiſitionem ſeu effectionem propoſiti problema aliud, nempe ſequens proponi debet, quod erit

PORISMA.

DATO *circulo ABCD, in eóque poſitione datis diametro BD, & ſubtenſa OD, quæ ad diametri terminum D pertingat, oportet ad BD applicare rectam AE, quæ à ſubtenſa OD biſecetur in L.*

Hæc autem propoſitio talis eſt, vt enunciari velut theorema poſſit, quod tale erit

THEOREMA LOCALE.

SI in circulo ABCD quæuis ducatur diameter BD, & ad ipſam ordinata AE; per B verò terminum diametri tangens BG, & per A terminum ordinatæ AE ducatur tangens AG, quæ tangenti BG occurrat in G. & à puncto D termino diametri ad G punctum occurſus tangentium ducatur DLOG, hæc biſecabit AE in puncto L. vt ſuprà demonſtratum eſt Exercitationis 2. prop. 11. Theorema locale eſt, quo punctum biſectionis AE oſtenditur in ſubtenſa ducta à G occurſu tangentium ad D diametri BD terminum. reſoluatur itaque poriſma, quatenus problematicè propoſitum eſt.

PORISMATIS, VT PROBLEMATIS ANALYSIS.

SIT factum; & ducta AE ordinata ad BD, quæ à ſubtenſa DO biſecta ſit in L. producta ergo DO, & ad punctum B terminum diametri ducta tangente BG, quæ in puncto G occurrat productæ DO. ſi à puncto G occurſu rectarum DG, BG ducatur GA tangens circulum, occurret ipſa rectæ AE in puncto contactus A; quod in ſuperioribus demonſtratum eſt.

SYNTHESIS.

Componetur itaque hoc modo. producatur DO & ad punctum B ducatur tangens BG, quæ occurrat DO productæ in G, & à puncto G ducatur GH, quæ circulum contingat in A. tandem à puncto A ducatur ſubtenſa AE ad diametrum BD ordinata & æquidiſtans BG. per ea, quæ ſuperiùs demonſtrata ſunt, erit effectum problema, erítque AE biſecta in L à ſubtenſa BO. Effectum igitur hoc ſecundum problema, neceſſariò afferendum erat in poriſmum, id eſt ad acquirendum & efficiendum illud quod primo loco propoſitum erat, quódque effici nequibat niſi hoc alterum priùs effectum fuiſſet. ex quibus manifeſta ſit natura poriſmatis, quæ talis eſt vt medium neceſſarium ſit ad finem. Cuius etiam hoc proprium eſt, vt in forma theorematis, aut in forma problematis enunciari poſſit.

Hoc noſtrum etiam poriſma hypotheſi deficit à locali theoremate prædicto, in quo plura ſupponuntur quàm in poriſmate. Ad huius itaque exemplum plurima inquiri poterunt poriſmata, quæ reperta vel Euclidis opus reſtituent, vel cum Euclidæis poriſmatibus eadem erunt.

FINIS.

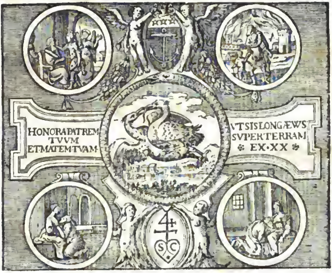
ISMAELIS

Digitized by Google

ISMAELIS
BVLLIALDI
ASTRONOMIÆ
PHILOLAICÆ FVNDAMENTA
clarius explicata, & aſſerta.

ADVERSVS

Clariſſimi Viri SETHI WARDI *Oxonienſis Profeſſoris impugnationem.*



PARISIIS,
Apud SEBASTIANVM CRAMOISY, Regis & Reginæ Architypographi,
ET
GABRIELEM CRAMOISY, viâ Iacobæâ, ſub Ciconiis.

M. DC. LVII.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

Digitized by Google

AD LECTOREM.

IN Aſtronomia mea Philolaica, cum in cono ellipſim, per quam mouetur planeta, apte collocauerim, aliquid me præſtitiſſe exiſtimo, unde motus accelerationis cauſa phyſica haberi poſſit; propterea quod à formis inditis corpora cœleſtia moueri, quam ab aliqua virtute externa, veriſimilius mihi ſemper eſt viſum. Conſtructum igitur tale ſyſtema ex antecedente analyſi, verum eſſe aſſerui, atque etiamnum affirmo. Contigit autem mihi, vt motum medium circa axem coni breuiſſimæ cuidam inæqualitati obnoxium eſſe, niſi poſt abſolutum fere opus integrum, non deprehenderim. Hoc vnum etiam mihi excidit, vt partem inæqualitatis, quæ in mora aut acceleratione reali conſiſtit, ſecundum ſinus rectos anomaliæ mediæ præciſe diſtribuerim; cum tamen aliqua differentia oriatur, à circulo in ellipſim tranſlato planetæ motu. Erroris admiſſi, quamuis exigui, ac parum ſenſibilis, mihi conſcius eram; vtque Tabulæ quam optimè motus cœleſtes exhiberent, æquationes eccentrici Martis ex Tabulis Rudolphinis reſumpſi; cum ſcrupulis primis duobus meas à cœlo deficere animaduertiſſem. In alijs vt pote inſenſibilem, ſi Mercurium excipias, illum diſſimulaui, quem in Tabularum noua editione corrigere decreueram. Verùm occupauit me Vir Clariſſ. Sethus Wardus, edito anno 1654. libello; in quo errorem quidem notat, at non emendat; neque, corrigi quomodo debeat, vel minimum indicat aut monet. Oportuit igitur, quæ defectu aliquo laborabant in Aſtronomia Philolaïca, integra præſtare: errorem manifeſtare: quodque præcipuum, & præ cæteris mihi antiquius, ita emendare, vt Hypotheſis elliptica tota niteat. Sic enim veritati, & eorum, qui opus meum commendarunt, famæ meæque ſimul optimè conſuluero. Illam vbique venerari, ornare, & à tenebris aſſerere bonos decet. Amicorum nomen exiſtimationemque labefactari haud ferendum; ab iiſque factum de nobis judicium culpa no-

ſtra falſum coargui, laudeſque operi noſtro conceſſas corrumpi, turpe mihi ac indecorum, illis moleſtum ac injucundum iure ac merito foret. Quam Reu. Pater Iohannes Baptiſta Ricciolus Soc. Ieſu. Philoſophiæ, Theologiæ ac Aſtronomiæ Profeſſor Bononienſis eruditiſſimus ac celeberrimus, in opere ſuo præſtantiſſimo Almageſto magno, de Aſtronomia noſtra, deque mea, tenui quamuis & exigua, induſtria ſententiam tulit, integram ſaluamque præſtare debeo; & ob commendatum non vulgaribus verbis opus meum, maleuolorum ſuggillationibus obnoxium illum eſſe mihi ferendum non eſt; ipſi quippe valde me eſſe obſtrictum agnoſco. Laudauerunt etiam vigilias noſtras amici noſtri ſingulares, viri ſinceri veritatis philoſophicæ amantiſſimi, Ampliſſimus Iohannes Heuelius Gedanenſis Reipublicæ Scabinus primarius, Summus ætate noſtra ὁ πάνυ Aſtronomus, Clariſſimuſque ſimul & eruditiſſimus Laurentius Eichſtadius Aſtronomus quoque peritiſſimus, quos inculpabiles, ob me ipſorum ſuffragijs probatum ac commendatum, præſtare, mea maxime intereſt. Quapropter exigit à me officij mei ratio, vt quæ rectè dixi propugnem: meque illis, quæ propoſui, præſtandis parem demonſtrem: errores indicatos corrigam; & validis innixam fundamentis, concinne conſtructam & adornatam meam hypotheſim oſtendam.

Digitized by Google

ISMAELIS BVLLIALDI

ASTRONOMIÆ PHILOLAICÆ

Fundamenta clarius explicata & aſſerta.

Aduerſus SETHI WARDI *Oxonienſis Profeſſoris impugnationem.*

PROOEMIVM.

IN Aſtronomia noſtra Philolaïca, ex generalibus motuum cœleſtium circumſtantiis, viam, quam reuolutus Planeta perficit, Ellipticam eſſe oſtendimus. Ex particularibus hoc ipſum demonſtrauit Keplerus in opere luculento, quo Martis motus ingenti labore, & animi conatu vehementi indagauit. Sed ille, æquali medioque, & omni ſeſe mouendi inſita virtute à planetæ corpore remotis, totam id mouendi efficaciam Solari corpori tribuit: motumque medium, fictitium proinde ſtatuit. Nos vero hunc medium ſeu æqualem motum haud fictitium, ſed principium eſſe perpetuitatis rati, planetamque à propria forma, inditaque virtute circumagi, vrgentibus ad id opinandum validis rationibus, exiſtimantes, methodo diuerſa hanc rem aggreſſi ſumus, & à priori motum planetæ Ellipticum eſſe oſtendimus. Nunc vero hypotheſim noſtram fuſius explicare nobis eſt propoſitum: vt, quæ in Aſtronomia Philolaïca minus clare oſtenſa ſunt, aut quæ correctione indigent, patefaciamus, & Clariſſ. viro Setho Vvardo in

Digitized by Google

Academia Oxonienſi Aſtronomiæ Profeſſori Sauiliano, cæteriſque omnibus, pro ingenii viribus, bona fide ſatisfaciamus; & cum iis, quæ nobis ab edita Aſtronomia Philolaïca in mentem venerunt, rationes communicemus; quibus ea, quæ iam adſtruximus, confirmare ac ſtabilire aut meliorem in formam concinnare, vel defectum ſupplere proculdubio poſſumus. Cum ergo ex vniuerſalioribus, magiſque communibus cauſis Ellipticum eſſe planetæ motum oſtenderimus, idem demonſtrare ex accidentibus particularibus & poſterioribus nunc aggrediemur. Sed Methodo Keplerianæ non omnino ſimili vtemur. Motuum etiam accidentia quædam notatu digniſſima, & in Aſtronomia Philolaïca non explicata indicabimus. In hoc itaque argumento verſantes, Martis motus conſiderabimus, cum præ cæteris fundamenta ſenſibus obuia, & oculis percipienda ipſi nobis miniſtrent.

In effectione autem, quam molimur, Eccentricitatis quantitas, tam orbis planetæ, quam annui, horumque orbium inter ſe proportio, nobis præcognitæ & inuentæ adſumi debent: locus etiam Aphelij determinatus retinendus eſt; abſque his enim datis, fruſtra quicquam tentaremus. Planetæ etiam obſeruata loca commoda ſeligere curæ nobis fuit; in quibus æquationum Eccentricitatis anguli magni, inter maximi minimique incrementi terminos exiſtunt; ſimulque commutationis anguli maxime creſcunt vel minuuntur, ea nempe, quæ prope noctis extremæ fulſiones ſita ſunt.

Vt autem ex his particularibus Ellipticam viam eſſe demonſtremus, planetam per circulum volui primo ſupponere debemus, tamquam ὁλοσχερῶς καὶ κατ' αἴσθησιν notum. Cùm quia videmus ipſum Planetam per lineam in ſe reuolutam volui: tùm etiam quod ipſius motus inſcriptarum circulo linearum, & ad diametros ordinatarum plerumque ſeruet. Accedit etiam, quod linearum in ſe redeuntium ſimpliciſſima & prima ſit, propter omnium peripheriæ partium æqualitatem diſtantiæ à centro; eſt autem æqualitas omnium rationum & analogiarum principium, fons, & origo. His itaque præmiſſis ad demonſtrationem conficiendam tranſeamus.

Digitized by Google

CAPVT I.

Inueſtigatio figuræ motus Planetæ ex circumſtantijs particularibus.

QVATVOR locorum ſtellæ Martis prope ſitum acronychium, ſeu fulſionem extremæ noctis, in circulo connexionem hic faciemus.

Sit Sol D circuli annui QΤO centrum P. linea abſidum huius circuli OPDQ. Centrum orbis & viæ Martis punctum C. circulus per quem Mars incedit ANEFG punctum circa quod æqualiter fertur, ſit B. linea abſidum ABDF. eccentricitas BC, cui æqualis eſt CD. Aphelium A eccentricitas autem BC reperta eſt particular. 9239. qualium CA eſt 100000.

Prima obſeruationum, quas adſumimus, facta eſt anno 1582. ſtylo veteri Decembris 26. H. 8.'30. Vraniburgi & viſus eſt ♂ in ♋ g. 17.'40."30.

Secunda anno 1587. Martij die 4. H. 13.'24. ſtyl. vet. obſeruatus eſt ♂ in ♍. g. 26.'25."40.

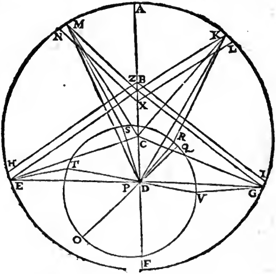
Tertia anno 1591. Iunij die 6. ſtyl. vet. Hor. 12.'20. obſeruatus eſt ♂ in ♐ g. 27.'15.

Quarta anno 1595. Octobris 27. ſtyl. vet. H. 12.'20. obſeruatus eſt ♂ in ♉ g. 18.'51."15.

Martis medij motus & veri Solis ſic ſe habuerunt in obſeruationibus.

	ab Æquinoctio S. g. ' "	Aphelii ♌ g. ' "	Nodi ♉. g. ' "	Locus ☉ verus S. g. ' "	Anomal. Æquata S. g. ' "	Diſtãtia Terræ à Sole
I	3. 8. 32. 15.	28. 36. 16	16. 30. 3	♑ 15. 4. 2	6. 9. 35. 20	98246
II	5. 29. 56. 52	28. 41. 45	16. 33. 24	♓ 23. 58. 44	8. 17. 36. 22	99652
III	9. 4. 51. 13	28. 47. 18	16. 36. 49.	♊ 24. 59. 44	11. 19. 22. 19	101750
IV	1. 5. 27. 46	28. 53. 7	16. 40. 23	♏ 14. 0. 43	4. 9. 18. 28	98898

Digitized by Google



Sit prima obſeruatio in puncto K.

	S. g. ′ ″
Anomalia media ♂	10.9.56.1
Angulus ABK. compl. ad IV. rectos.	50.3.59
Ang. CBK.	129.56.1
Data ſunt } BC. 9239. Latera } CK 100000.	
Data erunt proinde Angul. BKC	4.3.43
Quo ablato ab ABK datur Ang. ACK	46.0.16

Deinde dabitur ex datis
CK 100000.
CD 9239.

Angulus CKD	3.34.16
Quo ablato ab ACK dabitur Angulus ad Solem ADK.	42.26.0.

	S. g. ′ ″
Totus angulus BDK add. loco ♂ Medio	7.37.59
Locus ergo ♂ ex Sole.	♋.16. 10.14

″Ex datis colligitur DK 106618.
Diſtantia terræ à Sole DQ. 64486.

Locus verus Solis ex terra recta RP	♑ 15. 4.2.
Ex Sole PK locus ♂	♋ 16.10.14
Angulus ergo RDK	1.6.12
Angulus æquationis orbis add. eſt DKR	1. 41.33
Eſt linea DK in ♋	16.10.14

Quãdo igitur addetur angulus Æquationis

g. ′ ″

æquationis orbis DKR videbitur ex terra ſub linea RK ♂ in ♋.17.51.47

Sed viſus eſt in
L ♋.17.40.30
Ergo differentia loci obſeruati & computati eſt arcus KL 11.17.

Sit ſecunda obſeruatio in M.

Anomalia media ♂ angulus ABM 31.15.7
Data ſunt vt in præcedenti BC, CM.
Dabitur ergo BMC 2.44.51
Quo ablato ab ABM dabitur angulus ACM 28.30.16

Ex datis CM, CD. & angulo ACM. dabitur CMD. 2.20.4
Quo ablato ab ACM. dabitur ADM angulus ad ☉ 26.10.12
Et totus BMD 5.4.55
Quo ablato à loco ♂ medio dabitur locus verus ♂ ex Sole ♍ 24.51.57

Data ſunt latera
DM 108196.
DS 65408
Locus Solis verus ex terra eſt linea SD ♓ 23.58.44
Ex Sole DM locus ♂ ♍ 24.51.57
Complementum Anomal. ad

g ′ ″

ſemicirculum angulus SMD 0.53.13.
Angulus æquationis orbis add. SMD 1.21.13.

Eſt linea DM in ♍ 24.51.57
Cui cum addetur angulus SMD videbitur ex terra ♂ in ♍ 26.13 10.

Sed viſus eſt in N ♍ 26.25.40.
Ergo differentia loci obſeruati à computato arcus MN 12.30

Sit tertia obſeruatio in E.

Anomalia ♂ media ABE 126.3.55
Data ſunt CB, CE ergo angulus BEC 4.16.58
Quo ablato ab ABE datur ACE 121.46.57
Et deinde CED 4.43.1
Totus BED 8.59.59
Angulus ad ☉ ADK. 117.3.56
Ablato toto BED à medio loco ♂ ♑ 4.51.13.
Erit locus ♂ ex ☉ linea DE ♐. 25.51.14

Data ſunt latera DE. 95460.
DT 66786.
Locus Solis verus ex terra DT. ♊ 24.59.44
Locus ♂ DE ex ☉ ♐ 25.51.14.
Angulus cõmutat orbis compl. ad ſemicircul. TDE. 0.51.30

g. ′ ″

Angulus ęquationis orbis TED 1.59.15

Eſt DE in ♐ 25. 51.14

Addito ergo TED erit TE in ♐ 27.50.29

Sed viſa eſt in H in ♐ 27.15.0

Ergo differentia loci obſeruati à computato 0.35.29

Sit quarta obſeruatio in G.

Anomalia media ♂ 8.6.34.39

Angulus FBG 66.34.39

Data ſunt latera BC. CG. dabitur angulus BGC 4.51.48

Qui additus ad FBG dat FCG 71.26.27

Hinc dabitur CGD 5. 9.21

Totus BGD 10.1.9

Angulus ad ☉ FDG. 76.35.48

Locus ♂ medius BG

g. ′ ″

♉. 5.27. 46

Locus ex Sole ♉.15.28.55

Diſtantia ♂ à Sole DG 97459

Solis à terra DV 64913.

Locus Solis verus DV ♏.14.0.43

Locus ♂ ex Sole DG ♉.15.28.55

Angulus complementi anomaliæ orbis ad ſemicirculum VDG 1.28.12

Angulus æquationis orbis VGD 2.55.30

Additus loco ♂ ex ☉ erit VG

Locus ♂ ex terra ♉.18.24.55.

Obſeruatus eſt in I. ♉. 18. 51.15.

Differentia ergo GI computati ab obſeruato eſt 26. 50

Colligimus itaque ex his quatuor obſeruationibus, motum planetæ in circulo ordinatum non reſpondere obſeruato; ſed in parte Eccentrici ſuperiore ad abſidum lineam AD propius açcedere quàm phænomena oſtendunt. Inuenimus enim planetam noſtro calculo in punctis KM. cum tamen Thyconis obſeruationes accuratiſſimæ deprehenderint illum in punctis LN. Similiter in parte Eccentrici inferiore, calculus motus per circulum ordinati ad FD lineam abſidum propius admouet planetam, quàm obſeruationes diligentiſſimæ oſtendunt: inuenimus enim Martem in punctis E, G, cum tamen obſeruatus fuerit in H & I punctis.

Cumque motus apparens planetæ duabus inæqualitatibus obnoxius ſit, differentia computati ab obſeruato duabus etiam

ex inęqualitatibus conſtabit, ex differentia ſcilicet loci in Eccentrico computati, & eius quem reuera tenet: atque etiam ex conſequente primam ſecunda differentia, anguli nempe προσθαφαιρετικοῦ parallaxeos orbis computati, & illius qui reuera eſt: quod vt accidat neceſſarium eſt, quoniam poſita majore vel minore, quam reuera ſit Anomalia orbis, promotior vel remotior planetæ locus in Eccentrico eſſe debet; ac proinde maior vel minor prodibit angulus προσθαφαιρετικὸς parallaxis orbis.

Vtque partem vtramque, quam exactè fieri poteſt diſcernamus, ſequenti methodo vtemur, quæ ad verum proximè nos deducet.

In prima obſeruatione ex datis DR, DK, maximus angulus æquationis orbis colligitur g. 37.'13. cuius pars, quæ in loco Anomaliæ orbis dato vni gradui anomaliæ Eccentrici congruit, gr. 1.'32. reperitur. differentia ergo vnius gradus loci in Eccentrico diſcrimen obſeruatæ longitudinis & computatæ faciet, coniunctis duabus differentiis, g. 2.'32. Itaque talis inſtituatur analogia. Si differentia obſeruati & computati g. 2.'32. compoſita ex duabus, differentiis, dat differentiam anomaliæ Eccentrici g. 1. differentia '11."37. quæ vtramque etiam differentiam includit, differentiam anomaliæ Eccentrici exhibebit '4."27. quæ maior ex hypotheſi euadit per calculum longitudo Eccentrica Martis ex Sole viſi, quàm reuera ſit. atque adeo major calculo datus eſt anômaliæ orbis angulus RPK, quam ſit reuera. Locus ergo Martis Eccentricus verus L longius diſtat à puncto A, quam ab eodem punctum K in quo eum ſupponebamus.

In ſecunda obſeruatione ex datis DM, DS, maximus angulus parallaxis orbis colligitur gr. 37.'11."42. cuius in loco Anomaliæ orbis dato, congruit pars vni gradui g. 1' 32 circiter. quare iuxta ſuperiorem analogiam, differentia vnius gradus in Eccentrico, & ex is congruens æquatio orbis g 1'.32. ſimul ſumptæ hoc eſt g. 2.'32. exhibent differentiam loci Eccentrici, nempe g. 1. quid exhibebunt. '12."30. colligemus '4."56. differentiæ loci Eccentrici competentem. erit itaque differentia longitudinis in Eccentrico computati loci ab eo qui reuera eſt. '4."56. Quis vero obſeruatio promotiorem oſten-

B ij

dit Martem '12. "30. quam computatus, angulus S.D M. anomaliæ orbis computato maior erit. '4. "56. & ideo linea DM. promotior erit '4. "56. & angulus parallaxis orbis maior erit angulo DMS '7. "34. Locus ergo Martis Eccentricus magis diſtat à linea AD. & puncto A, quam punctum M. erit ergo Martis in Eccentrico locus verus punctum N.

In tertia obſeruatione ex datis DE, DT, maximus angulus æquationis ſeu parallaxis orbis emergit g. 44. '24. circiter, huius autem pars congruens gradui vni anomaliæ orbis in dato loco eſt. g. 2. '19. differentia vero loci obſeruati & computati eſt '35. "29. quare partem competentem differentiæ longitudinis in Eccentrico computati loci, ab eo qui reuera eſt, colligemus '10. "42. quia vero obſeruatio tardiorem oſtendit Martem, quam calculus; minor eſt angulus TDE anomaliæ Orbis, quam poſitus eſt, nempe '10. "42. & locus Planetæ propior A; ita vt etiam minus addat TED angulus parallaxis orbis '24. "47. quam addere ex calculo poſitus eſt. Cum ergo locus in Eccentrico verus minus promotior ſit quam E in quo ponebatur, erit is in H, non in E, & a puncto A minus diſtabit.

In quarta obſeruatione ex datis DG, DV datur angulus parallaxis orbis maximus g. 41. '45. "47. gradui autem vni in loco dato congruit pars g. 1' '59. eſt autem differentia obſeruati à computato '26. "50. quare per inſtitutam ſupra analogiam illius differentię '26. "50. partem competentem differentiæ longitudinis in Eccentrico loci computati, & eius qui reuera eſt colligemus '8. "59. quia vero obſeruatio promotiorem oſtendit Martem, erit angulus VDG. major, & linea DG promotior erit, magiſque diſtabit à puncto F. & Planeta erit in I.

CAPVT II.

Motus Planetæ medius circa punctum B inæqualitatem aliquam admittit, & æqualibus temporibus æquales angulos ſemper non deſcribit.

HIs ſic demonſtratis, oſtendendum eſt motum Planetæ medium & æqualem circa B punctum, breui admodum ab æquali motu diſcrimine, eſſe inæqualem. *Videatur figura cap. præced.*

Cum enim in prima obſeruatione K medius motus poſitus ſit ab aphelio A, poſt ſemicirculum integrum, angulus FBK, & linea motus illius BK. obſeruatione tamen deprehenderimus planetam non eſſe in K, ſed in L: & inuenta ſit differentia KL. ′4. ″27. verus ideo motus hoc loco tardior factus eſt in Eccentrico, quam medius circa punctum B.

In ſecunda obſeruatione ad M, motus medius poſitus eſt angulus ABM. & linea ipſius BM. Sed obſeruatus locus docuit Planetam promotiorem eſſe ab Apholio A quam punctum M. & fuiſſe tunc in N. atque adeo verum motum velociorem medio factum eſſe circa punctum B. ′4, ″56.

In tertia E motus medius per Eccentricum circa punctum B celerior eſt factus eſt vero ′10. ″42. & compoſitus ſit in E. obſeruatio tamen eum oſtendit in H.

In quarta tandem medius motus, qui ponebatur in G, non exhibuit locum apparentem Planetæ in Eccentrico; ſed obſeruatio docuit verum locum ibi eſſe celeriorem ′8. ″59. & planetam fuiſſe in I. non autem in G.

Medius itaque motus, qui fit circa punctum B admittit aliquam inæqualitatem velocior aut tardior factus.

In circulo igitur AMFG ducantur à punctis L, N, H, I parallelæ LX, NX, HZ, IZ lineis medij motus BK, BM, BE, BI, medium motum planetæ in orbita repræſentabunt; erit enim angulus AZH æqualis angulo ABE; & AZI æqualis ABG, jacet autem punctum Z ſupra B verſus aphelium A; quia puncta H, I, minus diſtant ab aphelio A, quam puncta

Digitized by Google

E, G, & parallelæ ſunt BE, ZH, item BG, ZI. pari ratione angulus AXN motum medium repræſentat, cum æqualis ſit angulo ABM. Similiter AXL, qui æqualis eſt ABK. Sed punctum X jacet infra punctum B; quòd puncta DN magis diſtent à puncto A, quam puncta KN. hoc autem poſito, motus medius non fieret circa punctum B, in lineis, quæ ab eo ad puncta LNHI ducentur, ſed circa puncta infinita vltra citraque punctum B, quod ſtare cum æqualitate non poteſt.

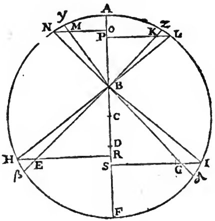
CAPVT III.

Planetæ Via eſt Elliptica, & connexio eſt perpetua æqualis motus & inæqualis.

VERVM cum motus perpetui æqualitas ſit comes, motus aliquis æqualis cum illo inæquali ſic connecti debet, vt æqualitas cum inæqualitate ſubſiſtat. Moueri præterea Planetam vno motu per vnam lineam in ſe reuolutam ſatis ſuperque probatum eſt; quare propter hanc inæqualitatem Epicyclus non eſt inuehendus realis; ſed quam Planeta deſcribit, reſoluendam eſt figura, & ex datis in aliquid eorum qua vera ſunt principia ac per ſe nota deueniendum eſt.

Atque etiam cum vna eademque virtus motrix, connexos motum æqualem & inæqualem dirigat, circa vnum idemque fixum punctum vel lineam vtrumque fieri neceſſe eſt. & vna eademque diſtantia vtriuſque ab initio ſummæ tarditatis aut velocitatis eſſe debet; atque in eadem proportione ipſæ diſtantiæ inter ſe permanere debent. Quare medius motus non erit in lineis XN, XL, XH, ZI, quæ parallelæ ſunt lineis medij motus ex puncto B ductis, & quæ à punctis veri loci in Eccentrico ad puncto XZ ductæ ſunt. non enim ad vnum punctum in plano, aut ad eandem lineam in ſuperficie directionem haberet motus æqualis, atque adeo æqualis non eſſet. erit igitur motus medius æqualis in plano aut circuli, aut alius figuræ in ſe reuolutæ, non circa puncta XZ, aut intermedia inter ipſa ac punctum B. verum circa punctum B ſolum.

Eadem porro diſtantia vtriuſque ab initio ſummæ tarditatis aut velocitatis eſſe debet; & in illis diſtantiis eadem proportio perdurare, dum ab initio alterutro progrediuntur.



Sit circulus AHFI, in cuius diametro AF ſit punctum D Sol, punctum circa quod fit medius motus ſit B. Centrum circuli C. aphelium A. perihelium F. Sint loca Planetę viſa & obſeruata L, N, H, I, à quibus punctis ductæ ſint ordinatæ ad diametrum AF, nempe LP, NO, HR, IS, ipſæ determinabunt diſtantiam planetæ ab initio ſummæ tarditatis A vel velocitatis F; diſtantias nempe AP, AO, AR, AS; quia ordinatæ illæ LP, NO, HR, IS. menſuræ ſunt angulorum ABL, ABN, HBF, IBF. ac etiam ideo determinant diſtantiam planetæ ab initio ſummæ tarditatis, vel velocitatis, quod ſecundum rationem auctorum vel imminutorum ſinuum verſorum, qui arcubus AL, AN, FH, FI reſpondent, augeatur vel minuatur velocitas planetæ, vt ex angulorum proſtaphæreticorum reſolutione patet. Vt itaque motus æqualis ac inæqualis eandem à terminis tarditatis ac velocitatis teneant diſtantiam, in iiſdem ordinatis lineis LP, NO, HR, IS ſtare debent.

In illis ergo ordinatis LP, NO, HR, IS, in quibus ambo tam æqualis, quam inæqualis motus conſiſtunt, differentiá,

quæ inter vtrumque deprehenſa eſt in Eccentrico etiam conſiſtet. deprehenſus eſt autem obſeruatus locus ex puncto B in Eccentrico in locis L, N diferre ab æquali circa punctum B. & anguli ABL, ABN majores deprehenſi ſunt angulis medij motus ad lineam AB factis, & motus æqualis animaduerſus eſt verſus puncta Z y vergere in locis vero H, I, anguli FBH, FBI majores deprehenſi ſunt angulis medij motus ad lineam FB factis, & motus æqualis verſus puncta β, α vergere deprehenſus eſt.

Cum itaque eadem ſit diſtantia vtriuſque æqualis & inæqualis à terminis tarditatis vel velocitatis, eadem etiam proportionis æqualitas in differentiis vbique ſeruabitur, quæ in iiſdem ordinatis conſiſtet, & differentiarum menſuræ in iiſdem quoque ordinatis erunt.

Cum autem angulus motus medij in ſuperiori parte ad lineam AB minor ſit quam ABL, aut ABN; angulus motus inæqualis circa B; erit menſura anguli motus æqualis circa B in ſuperiori parte minor, quam menſura anguli inæqualis motus in Eccentrico circa idem B. ducantur BKZ, BMy, quæ ordinatas ſecent in punctis K, M. ſintque ABZ, ABy anguli medij motus circa B.

Vtroque igitur motu conſiſtente in ordinata PL, ipſa tota menſura eſt anguli ABL motus inæqualis circa B; ſed ABZ angulus æqualis motus circa B minor eſt angulo ABL, pars igitur ordinatæ PL metietur angulum ABZ motus æqualis, & pariter aliis in locis N, H, I. Cum ergo eadem proportionis æqualitas vbique ſeruetur, erit vt tota PL, menſura anguli ABL ſeu PBL motus inæqualis circa B in Eccentrico, ad partem PK, quæ metitur angulum motus æqualis PBK; ita tota NO, menſura anguli ABN, ſeu OBN motus inæqualis circa B, ad OM; quæ metitur angulum OBM motus æqualis. & ita tota HR, ad ER; & tota IS ad GS. Sed puncta L, N, H, I, in circulo poſitione ſunt data, eſtque vt LP ad KP; ita NO ad MO; & ita HR ad ER. & ita IS ad GS. erunt ergo puncta K, M, E, G, in Ellipſi, cuius axis tranſuerſus erit AF, quique ad coniugatum ſe habebit, vt PL ad PK. quare motus Planetæ æqualis ſit in Ellipſi. Sed per Ellipſim & circulum vnum ſimul Planeta non mouetur. Itaque, cum motus æqualis, qui primarius

marius eſt & principalis, fiat in Ellipſi, inæqualis etiam in Ellipſi fiet,& per eam planeta mouebitur.

Inæqualis autem motus lineę BL, BN, BH, BI cum eundem terminum habeant in peripheria circuli ac ordinatę, & corpus planetę per ellipſim incedens in illis lineis BL,BN &c. reperiatur, directionem ſeruat corpus planetę ad puncta B, L, ita vt ſemper reperiatur inter B. punctum circa quod fit ęqualis motus, & L terminum in ellipſi ordinatę OK, quę per K punctum medij motus in ellipſi ducitur, & ad circulum ANH, ſuper axe tranſuerſo AF vt diametro deſcriptum, perducitur; quamobrem ille circulus ad demonſtrandum motum Planetæ adhibendus eſt.

Ex illa itaque directione, quam ſeruat corpus Planetæ ad puncta B, L, fit inæqualis motus medius quadam parua differentia; ex conſequenti igitur fit tantum inæqualis; cum æquali tamen ſemper cohæret, quoniam ordinata PK quæ medium æqualem determinat producta ad circulum in L, in hoc puncto cum BL ad circuli peripheriam producta conueniat & vniatur; & linea motus inæqualis BL à determinante æqualem motum, ordinatâ PKL regitur ac circumducitur. Medium ergo motum, Medium æqualem appellabimus; alterum vero Medium verum; vel breuitatis cauſa primum appellabimus Medium, alterum vero Medium verum.

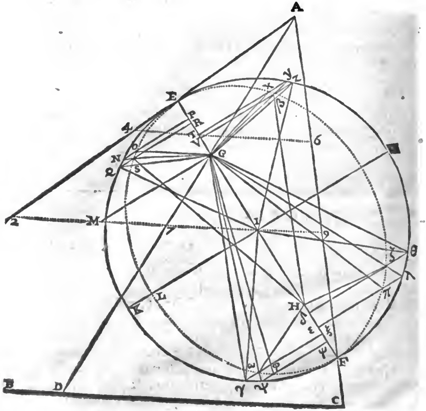
CAPVT IV.

Motus æqualis & inæqualis, hoc eſt Medij, & Medij veri circa axem coni in Ellipſi connexio.

CVM ergo Planetæ motus in ellipſi fiat, & in Aſtronomia Philolaïca oſtenderimus motum medium & æqualem circa axem coni ordinatum eſſe: connexionemque vtriuſque motus Medij ſcilicet, & Medij veri hic demonſtrauerimus, quodque ab eodem principio manant, ab æqualitate nempe diſtantiæ à terminis velocitatis vel tarditatis, & proportione æqualiter ſeruata; In ellipſi circa conum, vt illi connectantur

ac ordinentur, explicare, & quomodo calculus abſoluatur exemplis docere nunc aggredimur.

Sit Conus Scalenus ABC, in quo ſecta ſit ellipſis ELF, cuius vmbilicus G in axe Coni AD exiſtat. & diſtet G ab I centro ellipſeos quantitate Eccentricitatis Martis; alter vmbilicus ſit H, in quo ſit Sol, aphelium erit E, perihelium F. Oſtendimus in Aſtronomia Philolaïca, planetam circa axem Coni æqualiter moueri: inæqualiter vero per ellipſim ob majores ac minores circulos, per quos circa axem Coni incedit. Hęc eſt igitur vna primæ inæqualitatis pars, realis mora, & acceleratio nempe, quæ ex biſectione Eccentricitatis, & diſtantia puncti G ab I puncto oritur.



Planetæ motus per circulos infinitos 46, 279, & cæteros qui à puncto E ad F duci poſſunt, baſi BDC parallelos ordinatur; omnes etiam lineæ ordinatæ à corpore planetæ S vel β ad lineam EF, quæ terminos ſummæ tarditatis & celeritatis jungit, eaſdem rationes ac ordinatæ in circulo ſeruant, hoc eſt RS ad Vβ, eandem ſeruat rationem, quam RQ ad VZ. omnes etiam ordinatæ à puncto Medij motus O vel X, ad EF ductæ, eaſdem rationes ac ordinatæ in circulo ſeruant; hoc eſt PO ad TX eandem tenet rationem, ac PN ad Ty. In ellipſi etiam ſic mouetur corpus Planetæ S vel β, vt directionem ad N & Y, terminos in peripheria circuli ordinatarum PN, TY. quæ per puncta æqualis motus tranſeunt, itemque ad G vmbilicum directionem ſeruet; ita vt corpus planetæ ſemper ſit in linea GSN, vel GβY, quæ ab vmbilico G ad N vel Y, terminum ordinatæ NOP, vel TXY, quæ ordinata per loca motus æqualis O, X tranſit. Propterea corpus Planetę S vel β, ſeu linea veri motus circa axem AD, nempe GS, à linea GO æqualis motus circa eundem axem diſtat pro ratione exceſſus ordinatarum in circulo PN, TY ſupra ordinatas in Ellipſi PO, TX. quæ differentia, nempe NO, XY, metitur angulum OGN vel XGY, quo motus Medius æqualis circa axem AD diſtat à Medio vero circa eundem axem.

Sit in prima obſeruatione, Marte poſito in β, motus Medij angulus, complementum ad quatuor rectos EGX & punctum X in Ellipſi, à quo ad axem Ellipſis EF ducta ſit ordinata XT, quæ etiam ad circulum EKF pertingat in Y. menſura diſtantiæ planetę ab E ſummę tarditatis termino eſt ET. in eadem etiam ordinata TY, æqualis inæqualiſque motus, ideſt Medij & Medij veri, circa coni axem AD termini exiſtunt, æqualis nempe X punctum in Ellipſi; inęqualis vero punctum Y in circulo; ad quod punctum Y relationem habet corpus Planetæ in Ellipſi poſitum, tali modo, vt in Ellipſi ſit in β, inter G vmbilicum punctum Medij motus, & punctum Y, quod eſt in circuli peripheria.

Dirigitur ergo motus medius latione ſimul facta rectarum GX, TX. ob productam vero TX in Y. Seruatamque directionem ad vmbilicum G & terminum Y, qui in circulo eſt (quoniam in Planetæ motibus rationes inſcripta-

rum circulo linearum in ſunt) motus medius circa G vel axem AD fit inęqualis; & hic inęqualis, modo vincit ęqualem, modo ab ipſo vincitur; & quantitate anguli XGβ hîc differt inęqualis Gβ ab ęquali GX, qui Gβ inæqualis æquali cohæret per connexionem rectarum TY, GY & TXY, GX, quæ ambæ tam æqualis, quam inæqualis motus directrices ſunt.]

CAPVT V.

Quomodo à priori inueniendus ſit angulus ad Solem, ſeu Anomalia coæquata EHX.

IN triangulo TXG datus eſt rectus ad T, & dato medio motu, datur TGX tertius ergo TXG datus erit, atque etiam qui deinceps GXY, ac propterea in triangulo TXG ratio laterum data erit, poſito GX, 100000.

Propter datam ſpecie Ellipſim, data eſt ratio TX ad XY. dabitur ergo XY talium partium notarum, qualium GX erit 100000.

Cum ergo in nota ratione ad inuicem data ſint latera GX, XY cum angulo GXY, quem comprehendunt, dabuntur anguli XYG, XGY. hoc autem loco XGY eſt angulus, quo medius motus circa axem differt à vero medio, quem inæqualem ſupra appellauimus, & quo ille hunc ſuperat & promotior eſt: dabitur ergo TYG. & quia GTY rectus eſt, dabitur tertius TGY, & qui deinceps IGY.

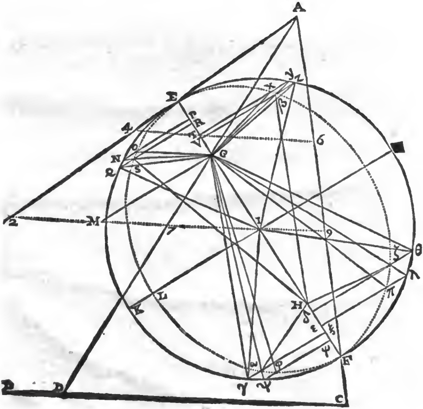
Vt vero habeatur quantitas rectæ Gβ, ducatur per β ordinata VBZ. In triangulo VβG noti ſunt omnes anguli, notus erit & qui deinceps GβZ. ſed & in eodem datis omnibus angulis, dabitur Vβ in partibus, qualium Gβ erit 100000. & quia data eſt ſpecie Ellipſis, dabitur in iiſdem βZ. Datis etiam Gβ, βZ & angulo comprehenſo, dabitur etiam βGZ. quo addito ad EGY dabitur EGZ & qui deinceps ZGI.

In triangulo porro GIZ, dato ZGI, vna cum lateribus ZI radio, & GI eccentricitate, dabitur GZI. qui ablatus ab angulo EGZ relinquit EIZ. datur ergo arcus EZ eiuſque ſinus

verſus EV. adeoque per ea quæ demonſtrauimus lib.2. Aſtron. Philolaïcæ cap.11. dabitur Gβ. atque adeo Hβ. datum eſt etiam latus GH, in triangulo itaque GHβ, præter omnia data latera, datus eſt angulus HGβ ſeu IGY, quare datus erit & angulus GβH, & angulus ad Solem, qui quæritur, GHβ.

CAPVT VI.

Quatuor locorum Martis in Ellipſi collocatio.



In prima obſeruatione, quæ eſt ad β anno 1582. Decembris 26. H. 8. '30 motus medij fuerunt.

ab Æquinoctio. Aphelis Nodi ☊
S. g. '. ". S. g. '. ". S. g. '. ".
3. 8. 32. 15. ♌. 28. 36.14. ♉. 16. 30. 3.

Anomalia media 10. 9. 56. 1.

Ergo complementum ad circulum angulus EGX g. 50. '3. "59. in triangulo TGX dati ſunt omnes anguli: dabitur etiam ratio laterum

Anguli.	Latera.	Quia data eſt ratio axis
GTX rectus	GX 100000	tranſuerſi ad coniugatum,
TGX g. 50. '3. "59	TX 76679	ſeu rectæ IK ſemiſſis a-
TXG 39. 56. 1.	TG 64190	xis tranſuerſi ad ſemiſſem

conjugati IL, vt 100000 ad 99572. erit vt IK ad KL, ita TX 76679. ad TY 77009. erit itaque XY 330. qualium GX eſt 100000.

In triangulo itaque XGI, dato angulo GXY (complemento ſcilicet ad duos rectos anguli TXG) g. 140. '3. "59. & lateribus GX, XY, dabitur angulus XGY '7. "21 addendus angulo EGX, vt complementum anomaliæ ſimplicis primo æquatæ ſit angulus EGY g. 50. '11. "20. & ita Anomalia media vera erit S. 10. g. 9. '48. "40. Idem etiam angulus XGY. '7. "21. à motu medio eſt auferendus, vt medius verus motus Martis tunc ſit Sign. 3. g. 8. '24. "54.

Cum ergo corpus Planetæ in Ellipſi ſit in linea GY in puncto β. vt habeatur angulus GβH, inueſtiganda eſt quantitas lineæ Gβ. ducta ſit VβZ, quæ æqualitas TY in triangulo VβG dati ſunt

Anguli	Latera	Vt IK ad IL, ita Vβ
GVβ rectus	Gβ 100000.	76816 ad VZ 77146. er-
VGβ g. 50. '11. "20	Vβ 76816.	go βZ eſt 330. qualium
VβG 39. 48. 40.	VG 64026.	Gβ 100000. Itaque in

triangulo GβZ, datis Gβ, βZ & angulo GβZ g. 140. "11. "20. (complemento ſcilicet ad duos rectos anguli VβG) dabitur βGZ '7. "21. addito igitur hoc βGZ, angulo EGY erit totus

EGZ g. 50.'18."41. & qui deinceps IGZ erit g. 129.'41."19.

In triangulo GIZ datis GI eccentricitate vmbilici 9239, & ZI radio, atque etiam angulo IGZ, dabitur GZI g. 4.'4."39. quare angulus EIZ reperitur g. 46.'14."2. & eorundem arcus EZ. cuius ſinus verſus EV datur 30828. ergo vt IE ad EV, ita IG 9239 ad 2848. quæ pars addenda eſt EG 90761. vt habeamus Gβ 93609.

Datis Gβ, GH 18476. & angulo IGβ g. 129.'48."40. habebimus GβH g. 7.'40."0. qui angulus additus loco medio vero Gβ, qui eſt in ♋ gr. 8.'24."54. oſtendet Hβ viſum ex Sole H in ♋ g. 16.'4."54.

Dato Gβ 93606. dabitur Hβ 106391. quia ex vmbilicis Ellipſeos GH, ad idem punctum β ductæ ſunt, Gβ, Hβ, & ideo axi tranſuerſo EF æquales ſunt. Repetatur hic figura prima, in qua HC à Sole ad planetam in Ellipſi ducta, ſupponatur eſſe DK, ex data Solis anomalia çquata data eſt DR diſtantia à terra 98246. Sed qualium data eſt DK 106391. talium erit DR 64486. proinde qualium erit DK radius, talium erit DR 60613. ſinus rectus anguli maximæ çquationis orbis g. 37.'18."37.

Quia Sol eſt in ♑ g. 15.'4."2. & punctum R terra ex Sole videtur in ♋ g. 15.'4."2. Mars vero ex Sole eſt in DK ♋ g. 16.'4."54. erit angulus KDR anomaliç orbis complementum ad ſemicirculum g. 1.'0."52. dabitur ergo angulus DKR g. 1.'33."34. çquationis orbis, qui addendus eſt loco Martis ex Sole. Ex terra igitur apparebit in ♋ g. 17.'38."28. viſus eſt autem in ♋ g. 17.'40."30. deficit ergo calculus à cœlo '2."2.

Talis erit in ſequentibus methodus.

Secunda obſeruatio eſt in S. Anno 1587. Mart die 4. Hor. 13.'24. Martis medij motus, ſic ſe habuerunt.

ab Æqcinoctio	Aphelij	Nodi ☊.
S g. '. ".	S. g. '. ".	S. g. '. ".
5. 29. 56. 52.	♌. 28. 41, 45.	♉. 16.33.24.
Anomalja Media EGO		31, 15. 7.

In triangulo GPO	Anguli GPO rectus	Latera GO 100000.	talium dabitur PN
	PGO g.31.'15."7.	PO 58180.	52. 102. &
	GOP 58.44.35.	GP. 85489.	NO. 222.

In triangulo NGO data ſunt Latera	GO. 100000.	Dabitur ex illis OGN '6."32. hinc
	ON. 222.	angulus EGN g.31.
& angulus NOG	NO. g. 121.'15."7.	'21."39. ſeu GSR

ergo datur RGS g. 58.'38."21. addito itaque angulo OGN dabitur locus Martis medius verus in ♎ 0.2.'3."24.

In triangulo RSG.		
Latera.		Talium erit RQ 52264. & QS 222. &
GS.	100000.	datis in triangulo GSQ lateribus GS,
GR.	85390.	QS cum angulo QSG g. 121.'21."39. da-
RS.	52042.	bitur SGQ '6."32. qui additus angulo

EGN, dabit angulum EGQ. g. 31.'28."11.

In triangulo GQI. data ſunt latera	IQ 100000.	Dabitur ergo angulus
	IG 9239	GQI. g. 2.'45."52. quo
& angulus QGI.	g. 148.'31."49	ablato ab EGQ, dabi-

tur EIQ g. 28.'42."19. id eſt arcus EQ. cuius ſinus verſus proinde datus erit 12290. quo dato dabitur longitudo rectæ GS 91896. & HS 108204.

In triangulo GSH data ſunt	GS. 91896.	Dabitur itaque ex his
latera &	GH. 18478.	datis angulus GSH g.
angulus SGI	g. 148.'38."21.	5.'6."11. ſubtrahendus

à loco Martis medio vero, qui eſt in ♎ gr. 0.'3."24. locus ergo Martis ex Sole H eſt in ♍ g. 24.'57."13.

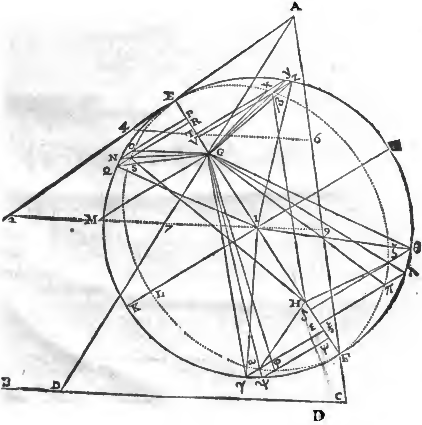
In figura ſecunda huius capitis locus Martis qui in Ellipſi eſt S, ſit M & Sol in D. data eſt DM 108104: data eſt ex anomalia Solis æquata diſtantia ipſius à terra 99652. Sed qualium fuerit DM 108104. talium erit DS 65408, angulus ergo maximus æquationis orbis eſt g. 37.'13."56.

Sed videbatur in ♓ g. 23.'58."44. Terra ex Sole in ♍ g. 23.

'58

'58."44. & in linea DS. Mars vero in linea DM in ♍.g.24.'57."13. Angulus anomaliæ orbis ad complementum ſemicirculi eſt SDM. g. 0.'58."29. Angulus ergo SMD æquationis orbis addendus g. 1.'29."32. vt locus Martis ex terra ſit in ♍. g. 26.'26."45. Viſus eſt autem in ♍. g. 26.'25."40. excedit ergo calculus cœlum '1."5.

Tertia obſeruatio eſt in ☍ anno 1591. Iunij die 6. H. 12.'20. Martis medij motus ſic ſe habuerunt.



Digitized by Google

ab Æquinoctio. Aphelij Nodi ☊

S. g. '. ". S. g. '. ". S. g. '. ".

9. 4. 51. 13. ♌. 28. 47. 18. ♉. 16. 36. 49.

Anomalia media EGφ. 126. 3. 55.

In triangulo φGμ

Anguli } Latera } Ergo φψ colligitur particul.

φμG rectus } φG 100000. } 347. & in triangulo φGψ da-

φGμ g. 53.' 56. 5. } φμ 80835 } tis lateribus φG. φψ cum an-

μφG 36. 3. 53. } μφ 81192 } gulo ψφG. g. 143.' 56." 5. da-

bitur φGψ.' 6." 57. quo ſubtracto à medio dabitur verus medius S. 9. g. 4.' 44." 16. Dabitur etiam angulus Anomaliæ mediæ veræ EGω. g. 125.' 56." 58. & angulus ξψG. gr. 35.' 56." 58.

In triangulo ξGω dati ſunt

Anguli } Latera | Ex illis dabitur ξγ 81304.

Gξω rectus } Gω, 100000 } & ωγ 348, datis Gω, ωγ, &

ξGω. g. 54.' 3." 2. } ξω 80956 } angulo Gωγ g. 144.' 3." 2.

ξωG 35. 56. 58. } ξG 58704 } dabitur angulus ωGγ.' 6.

" 58. & angulus ξγG ſeu FGγ eſt gr. 54.' 10. erit itaque FGω. g. 54.' 3." 2.

In triangulo GγI

Data ſunt { Iγ. 100000 } Datur ex illis angulus GγI g. 4.

latera & { IG. 9239 } ' 17." 43. qui additus angulo FGγ

angulus IGγ } g. 54.' 10. } dat φIγ g. 58.' 27." 43. id eſt ar-

cum Fγ. cuius etiam datur ſinus verſus Fξ 47694. ac proinde data erit longitudo Gω. 104833. & Hω 95167.

In triangulo GωH

Data ſunt } | Ex quibus datur angulus GωH

latera & } Gω. 18478 } g. 9.' 3." 36. Subtrah. à loco me-

} Gω. 104833 } dio vero, ita vt locus Martis ex

angulus HGω } g. 54.' 3." 2. | Sole H ſub linea Hω videatur in

♐ gr. 25.' 40." 40.

In ſecunda figura huius capitis Mars ſit in E. Sol ex terra videtur in ♊ gr. 24.' 59." 44. Terra ex Sole in ♐ gr. 24.' 59." 44. per lineam DT. diſtantia terræ à Sole eſt DT 101750. ſed qua-

lium erit DE diſtantia Martis à Sole 95167. talium erit DT 66787. ergo datur maximæ æquationis angulus g. 44.'34."19. ex datis locis Solis & Martis ex Sole datur angulus TDE. complementum Anomaliæ orbis ad ſemicirculum gr. 0.'40."56. datis ergo TD 66286. & DE 95167. cum angulo TDE dabitur TED g. 1.'36."9. Addendus loco ex Sole viſo. Mars ergo ex terra videbitur ſub linea TE in ♐ gr. 27.'16."49. Obſeruatus fuit in ♐ gr. 27.'15. excedit itaque calculus cœlum '1. "49.

Quarta obſeruatio eſt in ☍ anno 1595. Octobris die 27. H. 12.'20. Medij motus Martis tales fuerunt.

ab Æquinoctio.	Aphelij	Nodi ☊
S. g. '. ".	S. g. '. ".	S. g. '. ".
1. 5. 27. 46.	♌. 28. 53. 7.	♉. 16. 40. 23.

Anomalia media poſt ſemicirculum FGπ. 66. 34. 39.

In triangulo εGπ dati ſunt,

Anguli		Latera		
Gεπ	rectus	Gϖ	100000.	Taliũ dabitur ελ 92154
εGπ	g. 66.'34."39.	επ	91760	& πλ 394 dabitur ergo
Gπε	23. 25. 21.	Gε	39750	angulus πGλ '5. "46.

angulus igitur εGζ g. 66.'40."25. addendus medio, vt Martis medius verus ſit in ♉. g. 5.'33."32. & Anomalia media vera g. 66.'40."25. hoc eſt δGζ angulus.

In triangulo δζG dati ſunt

Anguli		Latera		
Gδζ	rectus	Gζ	100000	Talium erit δθ 394. & angulus ζGθ '5. "48.
δGζ.	g. 66.'40."25	δζ	91827	angulus itaque δGθ '. eſt g. 66.' 46.
Gζδ	23.'19. 35	Gδ	39597	"13.

In triangulo IGθ data ſunt latera GI 9239 & Iθ 100000 dabitur GθI g. 4.'52."12. qui additus angulo FGθ exhibet FIθ. g. 71.'38."25. id eſt arcum Fθ cuius ſinus verſus eſt Fδ 68501.

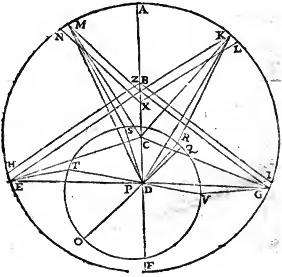
Digitized by Google

Data erit propterea longitudo G ζ 102 917. ac proinde Hζ diſtantia Martis à Sole 97083.

Ex datis Gζ, GH cum angulo HGζ, dabitur HζG g. 10.'3."53. angulus addendus medio vero. Locus ergo Martis ex Sole eſt in ♉. g. 15.'37."25.

In ſecunda figura Mars ſit in G. Sol apparebat in ♏ 14.'0."43. & terra ex Sole in ♉ gr. 14.'0."43. diſtantia Solis à terra DV 98898. Sed qualium erit DG diſtantia Martis à Sole 97083. talium erit DV 64914. maximę æquationis angulus g. 41.'57."44. Angulus VDG complementum anomaliæ orbis ad ſemicirculum eſt g. 1.'36."42. datis igitur lateribus DG, DV, cum angulo VDG, dabitur angulus æquationis orbis VDG g. 3.'13."32. addendus loco Martis ex Sole, vt ex terra viſus ſub linea VG ſit in ♉ g. 18.'50."57. obſeruatus eſt in ♉. g. 18.'51."15. deficit ergo calculus à cœlo '0."18.

Obſeruata loca.		Computata	Differentia.
	g. ' "	g. ' "	' "
1582. Decēb. 26	♋ 17. 40. 30.	♋ 17. 38. 28.	-- 2. 2.
1587. Martij 4	♍ 26. 25. 40.	♍ 26. 26. 45	† 1. 5.
1591. Iunij 6	♐ 27. 15. 0.	♐ 27. 16. 49.	† 1. 49.
1595. Octob. 27	♉ 18. 51. 15.	♉ 18. 50. 57.	-- 0. 18.



Digitized by Google

CAPVT VII.

Quomodo hypotheſis Elliptica in circularem tranſmutari debeat.

IN Aſtronomiæ Philolaïcæ lib. 1. c. 18. oſtendimus, quomodo per motum epicycli deſcribatur Ellipſis; hoc poſito nunc propoſitum eſt nobis explicare; Quomodo hypotheſis Elliptica, quæ vera & ſimplex eſt, in circularem commutari & transformari debeat.

Oſtenſum eſt in antecedentibus, planetæ corpus ſemper obſeruare directionem ad vmbilicum G qui in axe Coni AD. & ad terminum Y (qui in circumferentia circuli EKF) ordinatæ TXY, quæ tranſit per X punctum modo motus in Ellipſi.

Id eſt Planetam in Ellipſi motum, eſſe in β punctum in Ellipſi, inter punctum in Ellipſi, inter punctum Y & inter punctum G; ſiue planetam β in Ellipſi motum, ſemper ſitum eſſe in linea GY, quæ ab vmbilico G ad peripheriam circuli EKF ducitur, & ad terminum ordinatæ TY, quæ in Ellipſi per X punctum medij motus tranſit. *Videnda figura cap. 5.*

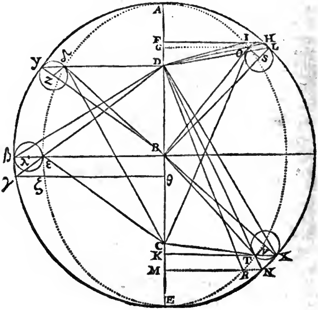
Ductâ porro Vβζ ordinatâ per β corpus planetæ, oſtenſa eſt, prædicto loco Aſtronomiæ Philolaïcæ, ζβ in epicyclo ſubtendere arcum duplum arcus EZ adeoque centrum epicycli eſſe in linea IZ quæ à centro I ad Z in peripheria circuli ducta eſt.

Sit in figura appoſita prima obſeruatio in puncto O Ellipſis A♪ιE. & ordinata ad axem per punctum O in quo planeta, ducta GOL, cuius terminus in peripheria circuli ſit L. deinde à puncto D vmbelicorum altero (qui in axe coni, circa quem medius motus fit) per O corpus planetæ ducta ſit DOH. & à puncto H, quod eſt in circulo AβE ducatur alia ordinata HIF. ex illis, quæ ſupra oſtendimus, erit puncti I interſectionis HF & Ellipſis locus planetæ medius, & linea DI motus medij linea circa punctum D.

Vt habeamus EDO angulum, ſubtrahendus eſt angulus

IDO. deinde ſubtrahendus adhuc erit ODL, vt habeamus EDL. Prima igitur æquatio ſubtrahenda, & ab Anomalia media, & loco medio planetæ in hac prima obſeruatione eſt angulus IDL. & linea DL medij veri, & Anomaliæ mediæ veræ, vice fungitur.

In circulo igitur AEH datus eſt angulus EDL, ſeu BDL, & in triangulo DLB. datis præter angulum ad D lateribus DB, BL; dabitur addendus angulus DLB. ac proinde EBL angulus Anomaliæ (quam ſecundo æquatam appellabimus, quæque magnitudinem, rectarum DO, CO manifeſtabit) eritque EBL angulus, motus medius verus ſecundo æquatus.



Angulo deinde EBL additur angulus. Epicycli OBS qui colligitur ex Anomalia ſecundo æquata EBL. & datur angulus EBO, & qui deinceps ABO & tunc colligitur motus medius verus EBO tertio æquatus.

Ex datis in triangulo BOC lateribus BO, BC & angulo ad B, colligitur addendus angulus BOC, & angulus proinde ad Solem ECO, eritque CO locus planetæ è Sole viſus.

Accidit autem in hac hypotheſi, æquationem primam motus medij addendam eſſe motui medio & anomaliæ mediæ in primo huius quadrante ADY. Angulum vero ZBϡ Epicycli Elliptici, qui colligitur ex anomalia ſecundo æquata ABY, ab iiſdem eſſe ſubtrahendum in primo quadrante Anomaliæ ſecundo æquatæ ABE.

In ſecundo vero quadrante anomaliæ mediæ YDE, æquationem primam ſubtrahendam eſſe à medio motu & anomalia media, angulum vero Epicycli Elliptici, in ι BE ſecundo quadrante anomaliæ ſecundo æquatæ, & medio motui ſecundo æquato & anomaliæ ſecundo æquatæ addendum eſſe.

In tertio quadrante anomaliæ mediæ poſt ſemicirculum accidit, æquationem primam, nempe angulum RDX addendum eſſe angulo EDR motui medio & Anomaliæ medię, eritque EDX angulus anomaliæ mediæ primo æquatæ; angulum vero Epicycli XDT ab vtroque ſubtrahendum medio motu & anomalia ſecundo ęquatis.

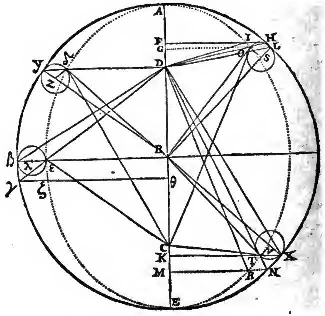
In quarto tandem accidit, æquationem primam IDL ſubtrahendam eſſe à motu medio & anomalia media EDI angulum vero Epicycli Elliptici OBS. vtrique ſecundo æquato addendum eſſe.

Præterea quando Anomalia media erit angulus ADϡ g. 90. vel 270. tunc nulla eſt æquatio prima medij motus & anomalię mediæ quoniam ordinata DY, eadem eſt, ac illa quæ à puncto D ad Y terminatæ ordinata ducitur, ſimulque coincidunt.

Quando anomalia ſecundo ęquata erit 90. ABι vel 270. tunc nulla eſt æquatio Epicycli Elliptici, cum anomalię illius linea Bιβ tranſeat per corpus planetæ ι & λ centrum Epicycli Elliptici.

CAPVT VIII.

Exemplum calculi in quatuor adſumptis locis, vſurpatis proſtaphæreſibus Tabularum Philolaïcarum pagina 46. exhibitis, & ad hanc noſtram hypotheſim reformatam accommodatis.



QVONIAM ſcrupulis ſecundis pauciſſimis à ſe inuicem differunt anguli IDO, ODL, OBS, vna & communis menſura hic vſurpabitur à nobis, nempe anguli OBS Epicyclij Elliptici; alias illorum ab inuicem menſuras diſtinguemus. In Marte quidem & aliis Mercurio excepto, vix ſcrupuli vnius primi differentiam inuehere poteſt angulorum illorum ſuppo-

ſita

ſita ęqualitas. In Mercurio vero cuius Ellipſis cęteris ſenſibilior, ſenſibilius diſcrimen cauſatur inter eos, maioremque facit angulum IDO, vel ODL angulo OBL; paulo minorem vero angulum RDN, vel NDX angulo TBX, differentia magis ſenſibili.

In prima obſeruatione.

S. g. '. ".

Motus medius DI ♋ 8. 32. 15

Anomalia media circa D eſt AEI 10. 9. 56. 1

Complementum ad quatuor rectos angulus IDA 50. 3 59

Cui anomalię reſpondet ęquatio Epicyclij Elliptici 7. 15

Huius duplum, anguli IDO ODL ſimul ſumpti, ſubtrahendum à Mediis longitud. & anomalia. 14. 30

Motus ergo medius æquatus erit in hac hypotheſi DL. ♋. 8. 17. 45

Et Anomaliæ primo æquatę complementum ad quatuor rectos. 50. 18. 29

Huic conguit æquatio circulor. æquantium DLB add. 4. 4. 47

Anomal. primo æquatæ & motui Martis primo ęquato vt ſit BL ♋ 12. 22. 32

Anomaliæ ſecundo ęquatæ complementum ad quatuor rectos erit LBA 46. 13. 42

Æquatio Epicyclij OBS. add. 7. 22

Ergo complem. ad quatuor re-

S. g. '. ".

ctos OBA anomaliæ tertio ęquatę. 46. 6. 20

Et locus Martis BO erit ♋ 12. '29. "54

Ex anomaliæ angulo EBO datur æquatio optima BOC add. 3 35. 10

Ergo locus Martis ex Sole CO in ♋ 16. 5. 4

Ex anomalia Solis & Martis coæquatis maxima æquatio orbis in Tabulis g 37. '19. Sol eſt in ♑. g. 15. '4. '2. quare anomalia orbis eſt Sig. 5. g. 28. '58. "58. Hinc æquatio orbis add. g. 1. '33. "34. & locus Martis ex terra dabitur in ♋ g 17. '38. "38. qui per priorem calculum repertus eſt in g. 17. '38. "28. differentia inter ambos "10. nullius momenti.

In ſecunda obſeruatione.

Motus medius ♍ 29. 56. 52

Anomalia media. 31. 15. 7

Æquatio Epicyclij. 6. 30

Duplum add. mediis motui & anomaliæ. 13. 1

Motus ergo medius æquatus

S. g. ′. ″.

♎ 0. 9. 53

Anomalia primo æquata. 31. 28. 8

Huic reſpondet æquatio circulorum æquantium Subt. 2. 46. 7

Quare anomalia ſecundo æquata. 28. 42.1

Æquatio Epicycli ſubtr. 6. 10

Anomalia tertio æquata. 28.35. 51

Æquatio optica. 2. 20. 34

Æquationis partes igitur tales ſunt

Circul. } 2.46. 7
Epicyclij } Subt. 6 10.
Optica } 2.20.34

Summa ſubtr. à loco Martis medio vero 5. 12. 51

Locus Martis ex Sole ♍ 24.57. 2

Ex anomaliis Solis & Martis datur maxima æquatio orbis. 37. 14

Sol apparuit in ♓ 23. 58. 44

Hinc anomalia orbis. 5.29.1.45

Et æquatio orbis add. 1.29.43

Ideo locus Martis ex terra ♍ 26. 26. 45

Qui à prius inuento nihil differt.

In tertia obſeruatione.

Motus medius Martis ♑ 4.51.13

S. g. ′. ″.

Anomalia media. 126.3 55

Æquatio Epicycli. 7. 0

Duplum ſubtrah. 14. 0

Itaque motus medius æquatus ♑ 4.37.13.

Anomalia primo æquata. 125.49. 55

Æquatio circulor æquantium ſubtr. 4.17.56

Anomalia ſecundo æquata. 121. 31. 59

Æquatio Epicycli add. 6.32

Anomalia tertio æquata. 121.38. 31

Æquatio optica ſubt. 4.45.25

Æquationis igitur partes ſic ſe habent.

Circulor ſubt. 4.17.56
Epicyclij Add. 6.32
Optica ſubt. 4. 45. 25

Tota ſubtrahenda. 8. 56.49

Locus ergo Martis ex Sole ♐ 25. 40. 24

Anomaliæ Solis & Martis coæquatæ dant maximam Æquat. orbis. 44. 34

Sol eſt in ♊ 24. 59. 44

Anomalia igitur orbis. 5 29.19.20

Cui reſpondet æquatio. Ad. 1.35. 41

Locus Martis ex terra ♐ 27 16.3.

Qui differt à prius inuento. 45

	S. g. '. ".
In quarta obſeruatione.	
Motus medius Martis DR ♉	5.27.46
Anomalia media poſt ſemicirculum cira D. angulus EDR.	66.34.39
Æquatio Epicyclij Elliptici.	5 23
Duplum addend. RDX.	10.46
Motus medius æquatus primo linea DX	♉ 5.38.32
Anomalia primoæquata EDX.	66.45.25
Æquatio circulorum DXB addenda.	4.52.17
Anomalia igitur ſecundo æquata EBX.	71.37.42
Locus Martis ex centro B. erit BX in	♉ 10.30.49
Anomalia EBX dat Epicycli angulum æquationis XBT.	

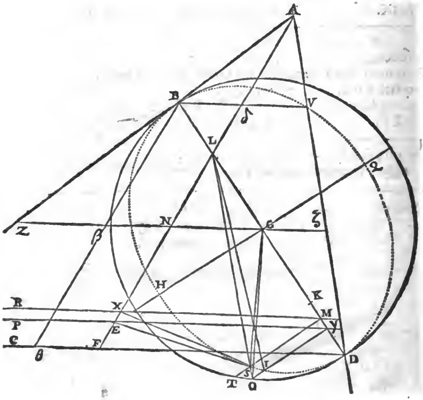
	S. g. '. ".
ſubr.	4.23
Ergo anomalia tertio æquata eſt EBV.	71.33.19
Et ideo BV eſt in ♉	10.26.36
Et optica æquatio BVC add.	5 11.48
Ergo locus Martis ex Sole	♉ 15.38.14
Linea CV.	
Anomaliæ Solis & Martis æquatæ dant maximam æquationem orbis.	41.58
Sol eſt in	♏ 14.0.43
Ergo anomalia orbis.	5.28.22.29
Æquatio add.	3.14
Locus Martis ex terra erit in ♉	18.52.14
Qui differt à prius inuento.	1.17
Nullius fere momenti differentia.	

Demonſtratam igitur habemus hypotheſim Ellipticam in circulos reſolutam, & calculo, ex Tabulis, quas in Aſtronomia Philolaïca confecimus, comprobatam.

CAPVT IX.

Quid in hypotheſi ſimplici Elliptica in Aſtronomia Philolaïca explicata deficiat.

BREVITER hoc explicabimus, &c, quod erratum à nobis eſt, corrigemus; & vnde natus ſit error, ingenue declarabimus. Neque enim tam temerarius ſum, aut de me ſic ſentio, vt in errorem labi me non poſſe credam. Nec etiam mea ſic vendito, quaſi vel ſolus ea excogitare potuerim, nulluſve his.



Digitized by Google

meliora tradere queat. Veritatis ſolummodo ſtudioſus ſum, & ſi illam adipiſci mihi aliquando contigerit; fructum tunc me percepiſſe amplum exiſtimo; nullamque ex fama voluptatem aliam capio, quam ſi illis, qui noſcere cupiunt, opem aliquam tenuem tulerim.

Dixi in Aſtronomia Philolaïca, moram realem & accelerationem fieri in Ellipſi circa conum ob inæquales circulos, quos pertranſit planeta; quod equidem veriſſimum eſt: quam vero rationem obſeruent illæ moræ & accelerationes amplius declarare oportet.

Sit circa axem Coni AF motus medius Martis LI locus medius I, per quem ducatur ad diametrum BD ordinata OIY, quæ circuli BOD peripheriam attingat in puncto O. iungantur puncta LO, recta linea quæ ſecat Ellipſim in S. per quod punctum S ducatur ordinata MT. ex illis, quæ ſupra demonſtrauimus, corpus planetæ reperitur in puncto S.

Angulus itaque medij motus eſt BLI, ſeu in circulo PEY angulus PEI, eſt enim LY æqualis EY ob factas æquales GN, GL. ergo & LY æqualis erit EY, quia PEY æquidiſtat ZNG. præterea eſt ordinata IY ad EY & LY perpendicularis, quoniam in eodem ſunt plano LY, EY; eſtque IY ad LY perpendicularis; ergo & ad EY perpendicularis etiam erit. Eſt etiam communis altitudo triangulorum ILY, IEY; quare ſimilia & æqualia erunt triangula, & angulus ILY æqualis erit IEY. & qui deinceps BLI, PEI æquales inter ſe erunt, quam æqualitatem angulorum non indicaui in Aſtronomia Philolaïca.

Quoniam vero locus planetæ hic ponitur in ſecundo quadrante ab aphelio B. corpus ipſius reperitur in puncto S, ipſiuſque motus ęqualis imminuitur angulo SLI, & in circulo RXM, in quo, vt etiam in Ellipſi, ordinata eſt SM, inuenitur.

Mora realis eſt angulus, quo differt BLS, ſeu RXS ab angulo BGS. differentia autem illa eſt angulus LSG. ſed in triangulo LSG, non eſt vt radius ad ſinum anguli SLG, ita LG ad angulum LSG; ſed eſt vt GS ad ſinum anguli SLG, ita LG ad ſinum anguli LSG, & GS minor eſt radio. Sinus itaque anguli LSG, qui ad corpus planetæ S, maiorem tenet rationem ad LG, quam ſinus anguli SLG ad radium. Eandem vero teneret, ſi in circulo planeta moueretur; ducta enim GO, erit vt GO,

ad ſinum anguli OLG, ita LG ad ſinum anguli LOG. diſſimiles ergo ſunt rationes quantitate anguli SGO; qui in Marte poſito in punctis H, Q. quadrantibus ſcilicet Anomaliæ coæquatæ, maximus eſt 1. 19.

Quod itaque adſtruxeramus, primam inæqualitatem moræ realis, diſtribui in eadem ratione ac ſinus angulorum, correctione indiget in demonſtratione, etſi inſenſibilis ſit in calculo differentia, quæ ſcrupulum vnum primum cum triente vix attingat. in eo à me erratum eſſe in hypotheſi Elliptica ſimplici, & recte id Sethum Vvardum deprehendiſſe, libens agnoſco.

Stat nihilominus veritas hypotheſeos, quantum ad realis accelerationis aut moræ cauſam adſignatam. & cum ſecundum rationem ſinuum verſorum in diametro BD creſcat exceſſus, quo ſuperant ſemidiametrum BA, ſemidiametri circulorum baſi CD æquidiſtantium, & inter puncta V, D iacentium; creſcet velocitas in deſcenſu planetæ BHD ſecundum creſcentes ſinus verſos medij veri motus angulis reſpondentes in circulo BOD, dempta vel addita differentia quæ ex angulo SGO. oritur; propterea fit vt prope puncta BD velocitas vel retardatio minus creſcant, quàm circa puncta HQ, in his enim ſubæqualibus angulis velociter creſcunt vel minuantur ſinus verſi; in illis vero tarde, quod omnibus trigonometriæ & canonis ſinum gnaris notiſſimum. Ex quo etiam confirmatur, quod ſupra cap. 3. huius adſtruximus, diſtantiam nempe à terminis ſummæ tarditatis vel velocitatis ſuper diametro BD in ſinibus verſis accipi debere.

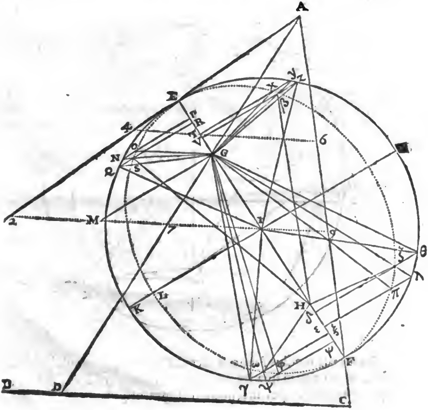
CAPVT X.

In Reſoluta hypotheſi Elliptica in duos circulos, quid deficiat.

ERROR equidem ex eo fluxit, quod motum medium ſeu æqualem, & medium verum planetæ circa axem in vna eademque linea poſuerim; in his nempe adſumptis quatuor obſeruationibus in lineis GX, GO, Gφ, Gπ. Cum tamen, vt

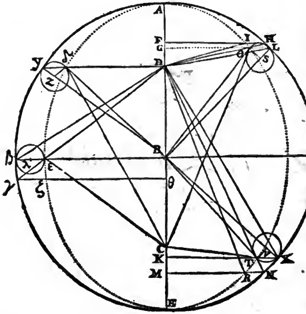
Digitized by Google

ſupra oſtendimus, inæqualitati breuiſſimæ, ob differentiam ordinatarum in Ellipſi & circulo, hoc eſt ob inæquales rectas PO, PN; & TX, TY; ſit obnoxius, veruſque medius reperiatur in lineis GY, GN, Gψ, Gλ in punctis β S ω ζ quæ ſunt in Ellipſi. propterea paulo minores ſemper euadebant æquationes; quia corpus planetæ propius ſemper ſtatuebatur lineæ EF quàm reuera eſt. In Marte, differentia æquationum ad ſcrupula 2'. 30". circiter excreſcebat. Id equidem non omnino ſenſi, niſi poſt abſolutum opus Aſtronomicum. Ne vero Tabulæ à cœlo longius diſcederent, æquationes Tabularum Rudolphinarum in Marte reſumpſi: cæteras reliqui, quod nullum ſenſibilem errorem calculo afferrent, & quominus



Tabulæ cœlo conſentirent, nullatenus impedirent. In Mercurio equidem ad aliquot ſcrupula prima quibuſdam in locis Eccentrici error abit in coniunctionibus cum Sole, præcipue matutinis, ſed quæ certitudini motus & phœnomenis, parum efficiunt.

Hunc errorem iamdiu eſt, cum apud me correctum habeo, deque illo monere in editione altera Tabularum meditabar, & eo vſque diſſimulandum propoſueram, & etſi me illum animaduertiſſe ex reſumptis in Marte æquationibus Eccentrici Rudolphinis ſatis conſtat; verum præuertit mihi Clariſſ. Sethus Vvardus, qui erratum indicauit; ſed quomodo emendandum eſſet, non vidit.



Sit motus medius Planetæ recta DR, quæ eſt anomalia media, hic in tertio quadrante addantur anguli RDN, NDH, qui reperiuntur per methodum ſupra oſtenſam erit, in hac hypotheſi

Digitized by Google

hypotheſi reſoluta, anomaliæ mediæ motus primo æquatus angulus EDX poſt ſemicirculum, datiſque BD, BX; dabitur BXD & tandem EBX. in triangulo TBV data ſunt BV, TV cum angulo BVT (quod complementum eſt ad duos rectos dupli anguli EBX) dabitur etiam angulus TBV. ex dato angulo EBX dabitur CT, deinceps CTB.

In eo itaque erraui, quod lineam BX non ſatis promouerim in hoc tertio quadrante, & pro puncto X acceperim punctum N. fluxitque error ex eo quod motum medium DR ſic acceperim, vt planetam poſuerim in R, qui tamen eſt in T; ob ſeruatam ab ipſo directionem ad puncta D, N, & hic promouetur quantitate anguli RDN. hac itaque promotione facta, promouetur etiam punctum X ſumma abſis Epicycli, quæ & corpus Planetæ T ſemper ſunt in hac hypotheſi in eadem ad AE diametrum ordinata KTX, & propterea illa abſis angulo NDX promouetur; & ob non promotum medium motum DR illam in puncto N ſtatuebam.

Sic itaque reformanda eſt hypotheſis Elliptica in circulos reſoluta, vt reſpondeat obſeruationibus in qua certe contra Geometriam nihil peccaui, ſed inæqualitatem illam paruam medij motus, mihi nondum animaduerſam, præterij ac omiſi. Æquationes Eccentrici propterea iuſto minores exhibui, vnde aliqua differentia in loco Eccentrici vero ab obſeruatione emergebat.

Hac igitur, quam nunc tradimus, methodo Geometrica & demonſtratione reſoluta hypotheſis phænomenis conſentire oſtenditur, quæ ob omiſſam æquationem illam paruulam medij motus turbata aliquomodo fuerat. At vero quæ adſumpſimus fundamenta, ad motum medium & æqualem circa axem coni demonſtrandum, immota & inconcuſſa manent: atque etiam accelerationis & moræ cauſa integra permanet; progreſſio ſcilicet Planetæ per inæquales circulos circa axem Coni. Conſtat etiam ex his, quæ nunc primum inuenimus, Planetæ motum circa vmbilicum in axe directionem obſeruare ad eundem vmbilicum, & ad ordinatæ terminum, qui in peripheria circuli ſuper axe tranſuerſo Ellipſeos deſcripti; & propterea medium illum motum inæqualitate affici, propter ordinatarum in circulo, & Ellipſi ad idem axis tranſuerſi pun-

Digitized by Google

ctum inæqualitatem; æquatione deinceps, vt ſupra oſtendimus, inuenta, angulum ad Solem à priori inuenimus.

Ex illis autem conſtat, à propria forma interna moueri planetam, non autem à Sole trahi & repelli. Verum eſt enim, in primo quadrante anomaliæ, quando à Sole longiſſimè diſtat, accelerari circa axem motum planetæ medium, atque adeo ad Solem citius tendere, quam in ſecundo quadrante, in quo retardatur motus medius, dum ad Solem magis accedit Planeta; quare illius virtutis attractiuis vires in diſtans magis, quàm in propinquum agerent, quod φορτικὸν λίαν ἐστί.

At vero in tertio quadrante, quando Planeta à Sole minus diſtat, magis ab eo propellitur, quam in quarto animaliæ quadrante, vbi minus propellitur. In hac quidem propulſione Virtus Solis rationi conſentaneè magis operatur, quam in attractione, vbi ἀλόγως vires ſuas exerit.

Tuto igitur à Keplero diſcedimus, qui nullam Planetæ ad Solem directionem oſtendit, nos vero arctiſſimam motus planetæ circa axem Coni connexionem ad vmbilicum in ipſo poſitum, & ordinatas in circulo, ſuper axe tranſuerſo Ellipſeos deſcripto, directionem demonſtrauimus. Inconcuſſa igitur manent Aſtronomiæ noſtræ Philolaïcæ fundamenta; quæ etiam à Clariſſ. *Setho Vuardo* hanc laudem ea de cauſa refert, quod calculus ex Tabulis deductus cœlo admodum & præ cæteris conſentiat, in quo laudis genere excellere, exantlati in Aſtronomia laboris præcipuum præmium eſt.

CAPVT XI.

Quid à Clariſſ. Setho Vuardo, minus rectè aſſertum, & minus Geometrice explicatum ſit in ſua breui inquiſitione.

CVM ſincere ac ingenuè παρόραμα & hallucinationem meam, ſolo veritatis ſtudio ductus agnouerim, non ſuccenſere mihi, aut impatienter ferre debebit Vir Clariſſ. *Sethus Vuar-*

dus, ſi quoſdam errores ab ipſo admiſſos indicauero.

In methodo, quam explicat cap. *6.* ad inueniendum angulum ad Solem ex data Anomalia media; Geometricè equidem procedit, ſed anomalia illa media quam adſumit, ad rem inſufficiens eſt. Non tranſit enim per corpus Planetæ linea illa Anomaliæ mediæ, niſi quando ipſa eſt g. 90. vel 270 neque ex ipſa Planetæ ab altero focorum diſtantia colligi poteſt. Incidit in eundem errorem *Sethus Vuardus*, ac ipſe incideram. Oportet igitur, vt prius inueniat anomaliam mediam veram circa axem Coni, vt methodo ſua rectè vtatur; inuenire autem illam alia via, præter eam, quam indicauimus, non poteſt.

Capitibus VII, VIII, & IX. carpit methodum, qua vſus ſum in inquirendis Eccentricitatibus Solis, Lunæ & ſuperiorum Planetarum; verum hoc in negotio æquior eſſe debuit. Monui enim impoſſibile eſſe à priori diſtinguere partes ambas inæqualitatis, lib. 2. cap. 1. & lib. 8. cap. etiam 1. Aſtronom. Philolaïcæ. Reprehendit itaque methodum meam, quia præciſe non ſequuntur æquationes circulorum æquantium rationes ſinuum rectorum. Sed ſupra demonſtrauimus tam exiguâ differentiâ vnam ab altera diſcrepare, vt nullum valde ſenſibilem errorem admittere ex illa ſuppoſitione, in acquirenda Eccentricitate, Aſtronomus queat; quem poſtmodum errorem pluribus collatis obſeruationibus emendare poteſt. Tentet Clariſſ. *Sethus Vvardus*, qua præditus eſt ſolertia, Ptolemaïcam aut Keplerianam; hanc faſtidium ipſi creaturam; illam, ſi experiri velit, in maximam anxietatem ipſum adducturam eſſe, certus ſum; cum duobus acceptis circa perigæam locis, breuiſſimam deprehendet Eccentricitatem; duobus vero circa apogæum adhibitis, maximam inueniet. Aliam breuiorem & certiorem methodum, ſi ipſe vel alius attulerit, palmam dabo, meamque deſeram.

Quantum autem ſpectat ad Venerem & Mercurium, ipſorum Eccentricitatem inquiſiui, ſuppoſitis angulis contactus, in maximis à Sole euagationibus, rectis, atque adeo quaſi per circulum mouerentur. Anguli profecto ad Solem præciſe veri accepti non ſunt, quia in Ellipſi angulus contingentiæ rectus non eſt. Monui theoremate IX. lib. XI. Aſtron. Philol. quid in hac praxi verum, quid falſum eſſet. Aliam etiam methodum

faciliorem, & plane Geometricum à priori ſi quis repererit, mea rejecta, illam amplectar.

Sed hic attendant Aſtronomi & Geometræ, quod Ellipſim ſpecie non notam quærant; quapropter quantitatem angulorum contactus à priori cognitam habere nuſquam poterunt. Rectos ſuppoſuimus, quia ad circulum accedit Ellipſis: ideo etiam, quod deſcriptis ex vmbilico Ellipſeos circulis, qui contingentes Ellipſim contingant, omnia contactuum puncta illorum circulorum & contingentium ſunt in circulo, qui ſuper Ellipſeos axe tranſuerſo deſcribitur. Non nego quidem incommodum in hac praxi, quod in aliis notatum eſt, idem reperiri, ob illam breuem motus medij circa axem obmiſſam inæqualitatem; verum error, vt in aliis emendari poteſt.

Num vero *Clariſſ. Vvardus*, viam cautiorem rectioremve ingreſſus eſt? Qui cap. X. Inquiſit. breuiſ. ex dato Terræ aphelio atque eius Anomalia media, vna cum apparente Solis in Ecliptica, Eccentricitatem eius inuenire docet. Quam præ iam methodum tradidit ad inueniendum Aphelij Terræ locum? An ex apparenti Solis obſeruata diametro punctum illud Aphelium inueſtigare nos iubet? Principium petit; quod quærit, inuentum iam ſupponit; quod ἀμήχανον valde eſt. Apheliorum loca ſeorſum ab Eccentricitatibus inueniri non poſſunt; nec prudenter facit, cum vnius ab altero contemplationem diſiungit.

Similia ſunt illa, quæ cap. 12. proponit. ex datis ſcilicet tribus à Sole diſtantiis, & loco Ellipſeos circulo ſubſtituto inuenire Solis inæqualitatem.

Proculdubio cùm noſtra diruere aggreditur *Sethus Vvardus*, ipſe vel ex ruderibus, vel aliunde comportata materia aptiora non ædificat, quæ ſolida firmaque ſint. Adhuc enim principium ipſe petit, ἢ εἰς τὸ διάλληλον ἐμπίπτει, ſupponit enim datas à Sole diſtantias, vt Eccentricitatem colligat, quæ innoteſcere non poſſunt, niſi data Eccentricitate. Iam itaque ſupponit inuentum, quod quærendum inſtituit, quod arti ἀνοίκειον prorſus contrarium.

Omnes denique, ipſumque *Sethum Vvardum*, monitos volo, me in Keplerum nunquam inuectum eſſe, cuius ingenium,

ſemper miratus ſum. Geometram autem ipſum mediocrem fuiſſe teſtantur ipſius ſcripta. Defuit proculdubiio ipſe ſibi, cum linearum ab altero focorum ſeu vmbilicorum ad Ellipſim ductarum incrementa non demonſtrauerit. Cum etiam in Martis Eccentricitate, & centro medij motus inquirendis, problema propoſuerit, quod determinari nequit ad vnum aliquod punctum. Sectio ſiquidem eccentricitatis in pluribus punctis facta, idem ſemper præſtat. Ideo tamen nollem Kepleri famæ detrahere; cui Mathematicarum artium ſtudioſi, præcipuè vero Aſtronomi, multum debent. Ipſe enim mira ſagacitate viam Planetæ Ellipticam eſſe primus inuenit, adeoque rationem veram determinandi motus cœleſtes tradidit. Coniecturis autem Phyſicis minus tribuiſſe virum illum vellem. Abſit ergo, vt de Aſtronomia, de Optica, deque multis aliis optime meriti celeberrimi Iohannis Kepleri nomen famamque ſuggillem vnquam. Me tandem ab omnibus talem credi cupio, qui vnius veritatis inueſtigandæ cupidus ſim: quam ſequi & adipiſci, quocumque duce viam commonſtrante, mihi propoſitum eſt.

Loca 28. Martis à Tychone obſeruata à Keplero in Commentarijs de Stella Martis aſſumpta, hic iuxta Tabulas Philolaicas & iuxta hypotheſim ſupra reſtitutam ſecundum longitudinem computata.

			Locus ☉ Medius.	Anomalia ☉ Media.
	Anni. Menſes.	D. H. '	S. g. ' ".	S. g. ' ".
1	1582. Nouemb.	23. 16. 0	♐. 12. 30. 12	5. 7. 11. 53
2	Decemb.	26. 8. 30	♑. 14. 43. 41	6. 9. 25. 8
3	Decemb.	30. 8. 10	♑. 18. 39. 25	6. 13. 20. 52
4	1583. Ianuar.	26. 6. 15	♒. 15. 11. 7	7. 9. 52. 38
5	1584. Decemb.	21. 14. 0	♑. 10. 32. 0	6. 5. 11. 45
6	1585. Ianuar.	24. 9. 0	♒. 13. 50. 25	7. 8. 30. 5
7	Februar.	4. 6. 40	♒. 24. 35. 11	7. 19. 14. 49
8	Martij.	12. 10. 30	♈. 0. 13. 37	8. 24. 53. 10
9	1587. Ianuar.	25. 17. 0	♒. 14. 40. 34	7. 9. 18. 22
10	Martij.	4. 13. 24	♓. 21. 58. 58	8. 16. 36. 40
11	Martij.	10. 11. 30	♓. 27. 49. 7	8. 22. 26. 48
12	Aprilis.	21. 9. 30	♉. 9. 8. 2	10. 3. 45. 36
13	1589. Martij.	8. 16. 24	♓. 26. 33. 24	8. 21. 9. 11
14	Aprilis.	13. 11. 15	♉. 1. 49. 42	9 26. 25. 24
15	Aprilis.	15. 12. 5	♉. 3. 50. 2	9. 28. 25. 44
16	Maij.	6. 11. 20	♉. 24. 30. 5	10. 19. 5. 45
17	1591. Maij.	13. 14. 0	♊. 1. 1. 58	10. 25. 35. 41
18	Iunij.	6. 12. 20	♊. 24. 37. 12	11. 19. 10. 51
19	Iunij.	10. 11. 50	♊. 28. 32. 32	11. 23. 6. 11
20	Iunij.	28. 10. 24	♋. 16. 13. 28	0. 10. 47. 4
21	1593. Iulij.	21. 14. 0	♌. 9. 33. 1	1. 4. 4. 59
22	Auguſti.	22. 12. 20	♍. 11. 1. 21	2. 5. 32. 54
23	Auguſti.	29. 10. 20	♍. 17. 50. 23	2. 12. 21. 55
24	Octobris.	3. 8. 0	♎. 22. 14. 31	3. 16. 45. 58
25	1595. Septemb.	17. 16. 45	♎. 6. 21. 12	3. 0. 50. 47
26	Octobr.	27. 12. 20	♏. 15. 35. 51	4. 10. 5. 22
27	Nouembr.	3. 12. 0	♏. 22. 29. 0	4. 16. 58. 30
28	Decembr.	18. 8. 0	♑. 6. 40. 34	6. 1. 9. 56

Digitized by Google

	Locus ☉ Verus. S. g. ′. ″.	Locus ♂ Medius. S. g. ′. ″.	Anomalia media. S. g. ′. ″.	Anomaliæ & Motus medii æquatio. ′. ″.
1	♐. 11. 41. 50	♊. 21. 24. 26	9. 22. 48. 18	5. 19. S
2	♑. 15. 4. 2	♋. 8. 32. 15	10. 9. 55. 59	7. 18. S
3	♑. 19. 8. 13	♋. 10. 37. 35	10. 12. 1. 18	7. 23. S
4	♒. 16. 31. 29	♋. 24. 44. 5	10. 26. 7. 42	6. 54. S
5	♑. 10, 43. 17	♋. 29. 7. 58	11. 0. 29. 7	6. 21. S
6	♒. 15. 8. 5	♌. 16. 50. 35	11. 18. 11. 32	2. 59. S
7	♒. 26. 9. 24	♌. 22. 33. 20	11. 23. 54. 18	1. 28. S
8	♈. 2. 15. 56	♍. 11. 30. 22	0. 12. 51. 11	3. 7. A
9	♒. 15. 59. 46	♍. 10. 6. 42	0. 11. 25. 5	2. 50. A
10	♓. 23. 58. 44	♍. 29. 56. 52	1. 1. 15. 5	6. 26. A
11	♓. 29. 50. 50	♎. 3. 3. 5	1. 4. 21. 16	6. 55. A
12	♉. 10. 48. 42	♎. 25. 1. 5	1. 26. 20. 6	6. 48. A
13	♓. 28. 34. 57	♎. 25. 12. 19	1. 26. 27. 56	6. 48. A
14	♉. 3. 38. 31	♏. 13. 57. 53	2. 15. 13. 21	3. 40. A
15	♉. 5. 36. 47	♏. 15. 1. 32	2. 16. 17. 0	3. 24. A
16	♉. 25. 48. 5	♏. 26. 0. 52	2. 27. 16. 14	0. 41. A
17	♊. 2. 10. 2	♐. 22. 18. 44	3. 23. 31. 29	5. 23. S
18	♊. 24. 59. 44	♑. 4. 51. 13	4. 6. 3. 52	7. 2. S
19	♊. 28. 46. 58	♑. 6. 56. 21	4. 8. 8. 59	7. 10. S
20	♋. 15. 52. 11	♑. 16. 20. 26	4. 17. 33. 0	7. 18 S
21	♌. 8. 25. 28	♒. 21. 34. 7	5. 22. 44. 1	1. 49. S
22	♍. 9. 10. 45	♓. 8. 18. 8	6. 9. 27. 55	2. 25. A
23	♍. 15. 54. 26.	♓. 11. 55. 37	6. 13. 5. 22	3. 12. A
24	♎. 20. 16. 22	♈. 0, 13. 7	7. 1. 22. 44	6. 25. A
25	♎. 4. 18. 31	♈. 14. 35. 45	7. 15. 42. 48	7. 22. A
26	♏. 14. 0. 43	♉. 5. 27. 46	8. 6. 34. 41	5. 23. A
27	♏. 21. 4. 0	♉. 9. 7. 24	8. 10. 14. 15	4. 42. A
28	♑. 6. 43. 7	♊. 2. 37. 9	9. 3. 43. 50	0. 57. S

	Locus ♂ medius verus. S. g. ′. ″.	Anomalia Martis Media vera. S. g. ′. ″.	Æquationes primæ inæqualitatis. g. ′. ″.		Locus ♂ ex ☉ S. g. ′. ″.
1	♊. 21. 19. 7	9. 22. 42. 59	9. 24. 34	A	♋. 0. 43. 41
2	♋. 8. 24. 57	10. 9. 48. 41	7. 40. 0	A	♋. 16. 4. 57
3	♋. 10. 30. 12	10. 11. 53. 55	7. 24. 44	A	♋. 17. 54. 57
4	♋. 24. 37. 11	10. 26. 0. 48	5. 29. 36	A	♌. 0. 6. 47
5	♋. 29. 1. 37	11. 0. 22. 46	4. 50. 28	A	♌. 3. 52. 5
6	♌. 16. 47. 32	11. 18. 8. 33	1. 59. 40	A	♌. 18. 47. 12
7	♌. 22. 31. 52	11. 23. 52. 50	1. 2. 2	A	♌. 23. 33 54
8	♍. 11. 33. 29	0. 12. 54. 18	2. 10. 10	S	♍. 9. 23. 19
9	♍. 10. 9. 32	0. 11. 27. 55	1. 55. 48	S	♍. 8. 13. 44
10	♎. 0. 3. 18	1. 1. 21. 31	5. 6. 6	S	♍. 24. 57. 12
11	♎. 3. 10. 0	1. 4. 28. 11	5. 33. 54	S	♍. 27. 36. 6
12	♎. 25. 7. 53	1. 26. 26. 54	8. 22. 44	S	♎. 16. 45. 9
13	♎. 25. 19. 7	1. 26. 34. 44	8. 23. 38	S	♎. 16. 55. 29
14	♏. 14. 1. 33	2. 15. 17. 1	9. 58. 46	S	♏. 4. 2. 47
15	♏. 15. 4. 56	2. 16. 20. 24	10. 2. 28	S	♏. 5. 2. 28
16	♏. 26. 1. 33	2. 27. 16. 55	10. 30. 4	S	♏. 15. 31. 29
17	♐. 22. 13. 21	3. 23. 26. 6	10. 2. 56	S	♐. 12. 10. 25
18	♑. 4. 44. 11	4. 5. 56. 50	9. 2. 2	S	♐. 25. 42. 9
19	♑. 6. 49. 11	4. 8. 1. 49	8. 49. 20	S	♐. 27. 59. 51
20	♑. 16. 13. 8	4. 17. 25. 42	7. 40. 22	S	♑. 8. 32. 46
21	♒. 21. 32. 18	5. 22. 42. 12	1. 28. 26	S	♒. 20. 3. 32
22	♓. 8. 20. 33	6. 9. 30. 20	1. 55. 28	A	♓. 10. 16. 1
23	♓. 11. 58. 49	6. 13. 8. 34	2. 38. 40	A	♓. 14. 37. 29
24	♈. 0. 19. 32	7. 1. 29. 9	5. 59. 54	A	♈. 6. 19. 26
25	♈. 14. 43. 7	7. 15. 50. 10	8. 6. 14	A	♈. 22. 49. 21
26	♉. 5. 33. 9	8. 6. 40. 4	10 3. 40	A	♉. 15. 36. 49
27	♉. 9. 12. 6	8. 10. 18. 57	10. 15. 38	A	♉. 19. 27. 44
28	♊. 2. 35. 12	9. 3. 42. 53	10. 28. 10	A	♊. 13. 4. 22

Anomalia

	Anomalia Orbis.				Maxima æquatio orbis.		Æquationes Orbis ex Tabulis.			
	S.	g.	′.	″.	g.	′.	g.	′.	″.	
1	5.	10.	58.	46	38.	15	25.	57.	9.	A
2	5.	28.	59.	5	37.	19	1.	34.	25.	A
3	6.	1.	13.	17	37.	14	1.	52.	49.	S
4	6.	16.	24.	42	36.	53	21.	48.	7.	S
5	5.	6.	51.	12	36.	34	27.	22.	41.	A
6	5.	26.	20.	53	36.	25	5.	18.	51.	A
7	6.	2.	35.	30	36.	28	3.	47.	21.	S
8	6.	22.	52.	37	36.	57	27.	38.	32.	S
9	5.	7.	46.	2	36.	25	26.	30.	5.	A
10	5.	29.	1.	32	37.	12	1.	29.	41.	A
11	6.	2.	14.	44	37.	25	3.	28.	8.	S
12	6.	24.	2	53	38.	54	30.	57.	28.	S
13	5.	11.	39.	28	38.	17	25.	19.	34.	A
14	5.	29.	35.	44	39.	53	0.	43.	11.	A
15	6.	0.	34.	19	39.	59	1.	1.	48.	S
16	6.	10.	16.	36	41.	3	18.	20.	0.	S
17	5.	19.	59.	37	43.	20	20.	10.	42.	A
18	5.	29.	17.	35	44.	35	1.	34.	38.	A
19	6.	0.	47.	7	44.	47	1.	52.	17.	S
20	6.	7.	19.	25	45.	32	17.	15.	30.	S
21	5.	18.	21.	56	47.	9	27.	39.	51.	A
22	5.	28.	54.	44	46.	41	2.	56.	56.	A
23	6.	1.	16.	57	46.	27	3.	22.	18.	S
24	6.	13.	56.	56	45.	0	28.	31.	36.	S
25	5.	11.	29.	10	44.	17	33.	19.	28.	A
26	5.	28.	23.	54	41.	57	3.	12.	27.	A
27	6.	1.	36.	16	41.	35	3.	11.	57.	S
28	6.	23.	38.	45	39.	28	31.	22.	39.	S

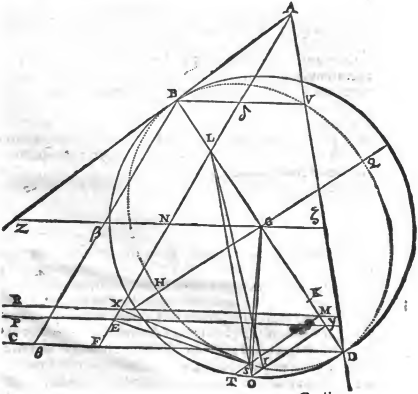
	Locus ♂ Computatus.				Locus ♂ obſeruatus.				Differentia.	
	S.	g.	′.	″.	S.	g.	′.	″.	′.	″.
1	♋.	26.	40.	13	♋.	26.	38.	30	-- 1.	43
2	♋.	17.	39.	22	♋.	17.	40.	30	† 1.	8
3	♋.	16.	2.	7	♋.	16.	0.	30	-- 1.	37
4	♋.	8.	18.	40	♋.	8.	20.	30	† 1.	50
5	♍.	1.	14.	46	♍.	1.	13.	30	-- 1.	16
6	♌.	24.	6.	3	♌.	24.	7.	30	† 1.	27
7	♌.	19.	46.	33	♌.	19.	47.	0	† 0.	27
8	♌.	11.	44.	47	♌.	11.	46.	0	† 1.	13
9	♎.	4.	43.	49	♎.	4.	42.	0	-- 1.	49
10	♍.	26.	26.	53	♍.	26.	25.	40	-- 1.	13
11	♍.	24.	7.	33	♍.	24.	5.	15	-- 2.	18
12	♍.	15.	47.	21	♍.	15.	48.	20	-- 0.	59
13	♏.	12.	15.	3	♏.	12.	16.	50	† 1.	47
14	♏.	4.	45.	58	♏.	4.	43.	20	-- 2.	38
15	♏.	4.	0.	40	♏.	3.	58.	20	-- 2.	20
16	♎.	27.	11.	3	♎.	27.	7.	20	-- 3.	43
17	♑.	2.	21.	7	♑.	2.	20.	0	-- 1.	7
18	♐.	27.	16.	47	♐.	27.	15.	0	-- 1.	47
19	♐.	26.	7.	34	♐.	26.	2.	36	-- 4.	58
20	♐.	21.	15.	33	♐.	21.	10.	0	-- 5.	33
21	♓.	17.	43.	23	♓.	17.	45.	45	† 2.	22
22	♓.	13.	12.	57	♓.	13.	10.	15	-- 2.	42
23	♓.	11.	15.	11	♓.	11.	14.	0	-- 1.	11
24	♓.	7.	47.	50	♓.	7.	50.	10	† 2.	20
25	♉.	26.	8.	49	♉.	26.	7.	12	-- 1.	37
26	♉.	18.	49.	16	♉.	18.	51.	15	† 1.	59
27	♉.	16.	15.	47	♉.	16.	18.	30	† 2.	43
28	♉.	11.	41.	43	♉.	11.	40.	0	-- 1.	43

CAPVT XII.

Quomodo in creatione, & quibus medijs motus Planetæ, per figuram Ellipticam ſit ordinatus.

ANALYSIS.

MOTVS Planetæ ordinatus eſt circa axem AF, & monetur per Ellipſim BHD, ita vt motus circa axem ſit per ſe æqualis, & inæqualis in Ellipſi fiat; ſitque tardior in eius par-



Digitized by Google

te ſuperiori verſus aphelium B. velocior vero, poſtquam Planeta quadrantem primum circa axem confecit, & verſus D perhilium venit, quia vero circa B Aphelium tardius in Ellipſi mouetur, illic termino, in quo quies, propior eſt, quam circa perihelium D. quare, vt in Aſtronomia Philolaïca oſtendimus, per maiores circulos verſus perihelium voluitur, quam circa perihelium. hos porro circulos minores ac maiores, in Coni ſuperficie poſitos eſſe oſtendimus. Ideo circa B aphelium vertici Coni propior eſt Planeta, quam circa perihelium D. deſcenditque à minoribus circulis ad maiores. Æqualiter itaque, hoc eſt angulis æqualibus, motus circa axem Coni progrediens, maiores ac maiores circulos adeundo velocior fit in Ellipſi. Acceleratio igitur, ab illis creſcentium circulorum amplioribus circumferentiis oritur adeoque maior illa digreſſio à vertice Coni vnaque ſimul circa ipſius axem voluta-tio cauſæ efficientes ſunt accelerationis; vel ſaltem modus per quem acceleratio fit.

Cum autem per digreſſionem à vertice Coni, & circa eius axem ſimul peractam reuolutionem fiat acceleratio; ſi ad ipſum verticem Planeta regrederetur circa axem reuolutus, omnes gradus accelerationis ſucceſſiue amitteret, & in Coni vertice conquieſceret, vbi circuli deſinunt in punctum (in indiuiſibili enim puncto motus non fit) de mobili itaque immobile fieret, hoc eſt ipſius formæ motricis actus euaneſceret, & quantum ad motum, quem amitteret, ſpectat, in eo ſtatu reperiretur, in quo erat antequam creatus eſſet,

SYNTHESIS.

Conſtitutio itaque motus ſic facta eſt, vel fieri potuit. In creatoris mente Planetæ corpus mobile fuit, qui motum ipſi imprimere perpetuum decreuit. impreſſio autem motus per impulſionem fit: propterea omnipotentiæ ſuæ viribus creator illa condita corpora ſtatim ab vno termino impulit. Quia vero impreſſus motus eſt, à quiete ad determinatum gradum accelerationis ſucceſſiue peruenit, ſicut nunc in motus acceleratos peruenire videmus, cum eædem rationes in rebus conſeruandis perdurent, ac in creandis à conditore adhibitæ ſunt,

quandoquidem vero perpetuus eſt, per circulos fieri debuit continue creſcentes à termino quietis, vt accelerationem ſuſciperet. A vertice itaque Coni intelligibilis creatum Planetæ corpus à creatore impulſum eſt, & æquali circulationis motu circa ipſius axem contortum, ita vt lineæ ſpiralis circulationem vnam vel plures deſcribendo per infinitos circulos magnitudine inæquales pertranſierit, & gradus velocitatis acquiſierit à primo illo agente determinatos. In motum deinde perpetuum, ad quem decreto ſuo alligauerat, Planetæ corpus deflexit; viamque tenere fecit, cuius planum per centrum Solis tranſiret, vt vero cum principio ſuo ſemper cohæreret ille motus, circa eundem axem, quem initio impulſionis circumiuit, perſeuerare debuit; & quia perpetuus eſt, æqualibus temporibus æquales angulos ipſum deſcribere etiam conueniebat. & vt motum deſcenſus, quem in initio quoque habuerat, retineret, poſtquam in motum perpetuum per vnum planum deflexit, per aliquod ſpatium à vertice Coni deſcendit, donec Soli, circa quem etiam alligatus eſt, proximus factus eſſet. Vnde propter motus perpetuitatem digreditur, & rurſum verſus Coni verticem aſcendit. Sicque Ellipſim deſcribit Planeta, vt obſeruationes docent.

Ob circularem vero ipſi ab initio impreſſum, per totam viam ad vmbilicum L & ordinatas in circulo BOD, earumque in circumferentia terminos, vt O, directionem ſeruat, quo fit, vt dum perdurat medius æqualiſque motus in Ellipſi, qui corpus Planetæ circa axem Coni circumducit, connexa ipſi adhæreat SLI deuiatio ab æqualitate breuis, in ſuperioribus oſtenſa: qua directione, eamque conſequente deuiatione Planetæ motus circa axem Coni breui inæqualitate fit modo velocior modo tardior.

Apprime equidem Galileus maximaque animi ſolertia Dialogo 1. contemplatur motus cœleſtes; & mota recto prius lata fuiſſe illa corpora, vt velocitatis gradus determinatos acquirerent, qua per circulares, & in ſe ſe redeuntes reuolutiones perpetuo deinceps ferrentur, validiſſimis rationibus adſtruit. deſcenſum ſiue caſum à Coni vertice etiam adſtruimus; ſed etiam circa axem ipſius gyrationẽ adfuiſſe cenſemus; ſiquidem remeando per eandem viam (qua motus fit, & cum prin-

cipio cohæret) à vertice Coni deſcendiſſe, circa ipſum ſpiraliter circulando, Planetarum corpora deprehendimus.

Cauſam inſuper inquirere poſſumus, quare Sol in altero vmbilico Ellipſeos, quam deſcribit Planeta, collocatus ſit, & quamobrem Planeta motus circa Solem ſit alligatus.

Cum in creationis puncto Planetæ motus ſpiralis per Coni ADC ſuperficiem impreſſus ſit, vt velocitatem determinatam acquireret circulum BV aſſecutus; & vt ipſa acquiſita motui perpetuo alligaretur, deflexit in lineam in ſe redeuntem, & Ellipſim BHDQ deſcripſit. retinuit autem circa AF axem Coni motum æqualem; ita vt æquales angulos æqualibus temporibus etiam faceret. Alligatus eſt itaque motus perpetuus & æqualis circa axem Coni circulorum baſi æquidiſtantium centris atque etiam circa vmbilicum L, qui in axe, vt pote circa terminum, qui in Ellipſi rationem, quandam ceſtri tener.

Quandoquidem autem Sol in centro totius Syſtematis Planetarij collocatus eſt, neceſſe erat, & ad ipſum dirigi motum Planetæ, & cum eo connecti, à quo non plus digrederetur Planeta, quam eſt diſtantia KB, æqualis diſtantiæ LD. ſicque rite ac conuenienter conſtituta res eſt; non longius enim Planeta diſcedit à termino, circa quem proprium motum habet, quam in oppoſitis partibus à termino, qui mundi centrum eſt; ſicque oportuit viam eſſe Ellipticam, vt duobus illis fixis terminis (velut retinaculis, quæ Planetæ motum intra certos limites ſiſterent & coërcerent) omnium ſcilicet communi K, qui eſt Sol, altero vero L, qui cuiuſque proprius eſt, inniteretur. In Ellipſi enim vmbilici veluti centra ſunt, à quibus ductæ lineæ in plano ipſam generant.

Hinc certe cauſa manifeſta fit, quare planum viæ Planetæ per Solis centrum tranſeat, neceſſario enim id ſequitur, cum Solis centrum in vmbilicorum altero collocatus ſit.

Sic autem de motibus Planetarum Philoſophari potius mihi videtur, quam Keplerum ſectari, qui omnia illa corpora motui obniti, & à Sole moueri docet per ſpeciei immateriatæ emiſſionem; & virtutem modo trahentem modo expellentem conſtituit: quæ tamen in primo ſemicirculo Ellipſeos rationes agentium non obſeruat, diſtans enim magis attrahit, quam propinqua.

Digitized by Google

MONITVM.

Abſolueram Aſtronomiæ meæ Philolaïcæ, & in ea adſumptæ hypotheſeos Ellipticæ in Cono ſectæ lucidiorem explicationem, vt Clariſſ. Viro Setho Vvardo reſponderem ac ſatisfacerem: cum ipſe ex Anglia, quem anno ſuperiori 1656. edidit, librum, cuius titulus eſt *Aſtronomia Geometrica*, ad me miſit. Adeo ciuiliter ac honorifice in eo, quod ex parte mihi dedicauit, opere mecum egit, vt ipſius humanitatem non mediocriter laudare officij mei ratio exigat. Nouam deinde methodum ad Apheliorum & Nodorum loca inuenienda, & Ellipſeon axium tranſuerſorum in ſingulis Planetis ſitum definiendum, quam in Inquiſitione breui omiſerat, in hac *Aſtronomia Geometrica*, ipſum attuliſſe monendi ſunt lectiones.

Partis primæ cap. 3. modum inueſtigandi aphelij proponit ex obſeruatis veris locis & dato medio motu Planetæ. Via quidem illa ad inueniendum quod proponitur Geometricè deducit. Sed raro, præterquam in Sole, continget, vt ex obſeruationibus aliorum Planetarum in acronychiis illa loca habeantur, cum binas aut quaternas ab Aphelio æqualiter diſtantes acquirere non concedatur; niſi poſt multorum annorum reuolutiones, per quarum decurſum Aphelia loco promouentur; adeo vt æquatione ac correctione indigeat talis methodus; ſubuenit tamen illi incommodo, cum capite 6. & ſequentibus nouum modum inueniendi verum Planetæ locum ex Sole extra ſitum acronychium tradit; aduertendum tamen eſt minus tutam eſſe hanc methodum, ſiquidem ex paruis, nempe latitudinibus, magna, nempe diſtantias Planetarum à Sole, & alia concludere oportet.

Quæ vero adſtruit Sethus Vvardus Geometricè procederent, ſi anomaliæ medius motus ſemper eſſet æqualis: verum cum inæqualis ſit circa vmbilicum & axem Coni, vt oſtendimus, angulus anomaliæ mediæ veræ ex illis, quæ ſupponit haberi non poteſt. Propterea methodus Clariſſ. Vvardi non efficit quod proponitur, cum omnia neceſſaria data non ſint. Propterea etiam Calculus quem cap. XI. ex hypotheſi ſua de-

Digitized by Google

ducit, illa æquatione medij motus omiſſa, Phænomena nunquam recte exhibebit.

Modum hactenus ab Aſtronomis vſurpatum ad primam inæqualitatem inueniendam improbat cap. 9. tanquam ipſi inuentum ſupponerent, quod inueniendum erat; quam propoſitionem vt veram admittere nequeo; quia motum medium notum, & loca apparentia tantummodo ſupponunt ex obſeruationibus cognita.

Hæc pauca mihi addenda fuerunt, & ob anguſtiām temporis, qua premor, breuiter percurrenda, vt Vir Clariſſ. ſuum librum me legiſſe, cæterique omnes ipſi me gratiam habere, meque virum veritatis amantem cognoſcant.

FINIS.

1514

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google